

Model for søbelastning af kvælstof og fosfor

Fagligt notat fra DCE – Nationalt Center for Miljø og Energi

Dato: 28. Februar 2025 | 18



AARHUS
UNIVERSITET

DCE – NATIONALT CENTER FOR MILJØ OG ENERGI

Datablad

Fagligt notat fra DCE – Nationalt Center for Miljø og Energi

Kategori: Rådgivningsnotat

Titel: Model for søbelasting af kvælstof og fosfor

Forfatter(e): Peter Borgen Sørensen
Institution(er): Institut for Ecoscience

Faglig kommentering: Hans Thodsen
Kvalitetssikring, DCE: Maj-Britt Bjergager
Sproglig kvalitetssikring: Charlotte Elisabeth Kler

Ekstern kommentering: Miljøstyrelsen. [Kommentarerne findes her:](#)

Rekvirent: Miljøstyrelsen, Styrelsen for Grøn Arealomlægning og Vandmiljø

Bedes citeret: Sørensen, B.P., 2025. Model for søbelasting af kvælstof og fosfor. Aarhus Universitet, DCE – Nationalt Center for Miljø og Energi, 24 s. -- Fagligt notat nr. 2025 | 18

Gengivelse tilladt med tydelig kildeangivelse

Foto forside: Udløbet af Skals Å fra Fussing Sø (foto Peter Borgen Sørensen)

Sideantal (eksklusiv bilag): 24

Indhold

1	Indledning	4
2	Metode	6
2.1	Belastning med N og P	6
2.2	Belastning af vand (vandmodel)	7
2.3	Koncentration af P og N (stofmodel)	10
3	Illustrative beregninger	12
3.1	Hydraulisk responstid for 10 danske søer	12
3.2	Bryrup Langsø	13
4	Diskussion	20
5	Referencer	23
6	Bilag	24

1 Indledning

Som baggrund for belastningsberegningerne for intensivt målte søer giver nærværende notat en beskrivelse af en beregningsmodel for massebalancen for fosfor og kvælstof i de 10 mest undersøgte søer, som er afrapporteret i Johansson et. Al., (2024) (kap. 2.3). Den beskrevne metode er sammenholdt med en historisk metode (Windolf et al., 1996) i Jeppesen et al., (2025). Beregningsmodellen kan håndtere manglende viden om tilført masse af kvælstof (N) og fosfor (P) til søerne. At denne viden mangler, skyldes dels, at der ikke er målt på alle vandløb ved indløb til en given sø, dels at søen kan have udveksling med grundvand gennem søbunden, hvilket ikke kan måles med standardudstyr.

Selve opgørelsesmetoden følger beskrivelsen i Sørensen and Nielsen (2023). Formålet med metoden er at anvende målte vandvolumener samt den totale koncentration af kvælstof og fosfor i både indløb og udløb fra søer til at beregne søernes tilførsel og afgivelse af N og P. I de fleste tilfælde har en given sø et enkelt udløb, hvori der månedligt er målt vandvolumen og koncentration af N og P. Målingerne af vandvolumen og koncentration af N og P i indløbet i til søen er derimod normal ufuldkommen. Dette skyldes, at indløbet til søen oftest består af flere vandløb med et dominerende opmålt vandløb og en række mindre tilløb, hvori der ikke er foretaget målinger. Derudover kan umålt vand løbe til søen som tilstrømning af grundvand gennem søens bund. Der kan også ske udsivning gennem bunden og dermed en skjult udledning af N og P, der skal lægges til udledningen via udløbet for at bestemme søens samlede massebalance af N og P. Endelig er det muligt, at der i den samme sø både kan være ind- og udsivning gennem søbunden. Pga. disse kombinationsmuligheder vil en massebalance for en sø altid være en tilnærmelse med en vis usikkerhed. Modellens udfordring er at minimere disse usikkerheder vel vidende, at de ikke kan elimineres helt.

Opgørelsesmetoden får input fra to modeller: (1) en vandmodel i form af volumenbalance af vand, der beregner det umålte volumen af vand, og som adskilles i to vandvolumener svarende til en grundvandsfødt tilstrømning og en overfladenær tilstrømning, og (2) en stofmodel, der beregner N- og P-koncentrationsniveauer for hver af de to ovenover beskrevne vandvolumener samt et bidrag fra punktkilder placeret i umålt opland. Disse to modeller kan beregne den umålte belastning af N og P i søen og identificere en evt. udledning af N og P gennem søbunden. Modellerne forudsætter, at N- og P-koncentrationsniveauerne i det umålte vand kan beregnes ved brug af de koncentrationerne i det målte vand, idet modellernes parametre (modelkoefficienterne) bestemmes på baggrund af den målte andel af det tilstrømmende vand og målt N og P i indløb. Dette er en tilnærmelse og mulig usikkerhedskilde.

Vandmodellen kalibreres, så den målte udstrømning fra søen bliver en funktion af den målte indstrømning til søen. Den kalibrerede model kan efterfølgende beregne, hvor stort et indstrømmende, umålt vandvolumen, der mangler for fuldt at matche det målte volumen af vand i udløbet. Det beregnede umålte vandvolumen er opdelt i hhv. en grundvandsfødt og en overfladenær tilstrømning. Denne opdeling er valgt ud fra den betragtning, at koncentrationsniveauerne af næringsstoffer typisk ikke er ens for de to typer af vandvolumen.

En ændring i indstrømmet vandvolumen til et bestemt tidspunkt vil påvirke udløbet af vand fra søen over et stykke tid efter indløbstidspunktet, som en "baljeeffekt", hvor et udsving i indløbet ikke i samme omfang vil give udsving i udløbet, pga. den dæmpende effekt, som opstår ved at "baljens" overfladeniveau skal ændre sig, før udløbet fra "baljen" vil ændres. Denne forsinkende effekt er inkluderet i vandmodellen som et lineært reservoir, der understøtter modellen til at beregne umålt indstrømmet vandvolumen tidsmæssigt korrekt alene ud fra kendskab til udløbet.

P- og N-koncentrationen forudsiges ved hjælp af en statistisk model, der opdeler kilderne i tre komponenter: (1) punktkilder, (2) diffuse overfladenære kilder og (3) diffuse grundvandskilder. Punktkildernes indflydelse skal estimeres både for den målte del af oplandet og for den umålte del. Som input til modellen defineres et potentielt punktkildebidrag svarende til en opgørelse af massebidraget fra punktkilder i oplandet uden hensyntagen til den retention, der sker i oplandet fra det sted, punktkilden udledes, til målestationen nedstrøms eller til udløbet i søen. Denne retention betyder, at det potentielle punktkildebidrag vil være større end det reelle punktkildebidrag. Under antagelse af at det reelle punktkildebidrag er proportionalt med det potentielle bidrag, kalibreres det potentielle punktkildebidrag i modellen for N og P til at kunne estimere det reelle punktkildebidrag og dermed tage hensyn til retentionen i oplandet opstrøms.

I dette notat illustreres metoden for vandmodellens reservoirfaktor for 10 søer, mens en mere detaljeret illustrative gennemregning vises for N-belastning af Bryrup Langsø.

2 Metode

2.1 Belastning med N og P

Belastning af søen opdeles i hhv. målt og umålt belastning fra vandtilstrømning, en atmosfærisk belastning fra våd- og tørdeposition og et bidrag fra punktkilder:

$$Load_{in|i,j} \approx Cin_{tot,mea|i,j} \cdot Qin_{mea|i,j} + Cin_{meabase|i,j} \cdot Qin_{unmeabase|i,j} + Cin_{measurf|i,j} \cdot Qin_{unmeasurf|i,j} + \rho \cdot P_{unmea|i,j} + At|i,j \quad (1)$$

hvor

$Load_{in|i,j}$: Belastning af søen, år nr. i og måned nr. j [kg/måned]

$Cin_{tot,mea|i,j}$: Målt indløbskoncentration, år nr. i og måned nr. j [kg/m³]

$Qin_{mea|i,j}$: Målt tilstrømmende vandvolumen, år nr. i og måned nr. j [m³/måned]

$Cin_{meabase|i,j}$: Forudsagt indløbskoncentration i grundvand, år nr. i og måned nr. j [kg/m³]

$Qin_{unmeabase|i,j}$: Umålt grundvandsflow, år nr. i og måned nr. j [m³/måned]

$Cin_{measurf|i,j}$: Forudsagt indløbskoncentration i overfladenært vand, år nr. i og måned nr. j [kg/m³]

$Qin_{unmeasurf|i,j}$: Umålt flow af overfladenært vand, år nr. i og måned nr. j [m³/måned]

ρ : Estimeret andel af potentielle punktkilder, der belaster søen [enhedsløs]

$P_{unmea|i,j}$: Masse af N og P fra potentielle punktkilder i umålt del af oplandet, år nr. i og måned nr. j [kg]

$At|i,j$: Atmosfærisk bidrag af N og P til søen, år nr. i og måned nr. j [kg]

Den totale koncentration af næringsstoffer ($Cin_{tot,mea|i,j}$) er målt på målestationen ved indløbet sammen med det tilstrømmende vandvolumen ($Qin_{mea|i,j}$). Koncentrationen i grundvand ($Cin_{meabase|i,j}$) er beregnet ved brug af stofmodellen, hvor det forudsættes, at koncentrationsniveauet af N og P i umålt grundvand er identisk med koncentrationen i målte grundvandsfødte tilløb. På samme måde er koncentrationsniveauet af N og P i umålt overfladenært vand ($Cin_{measurf|i,j}$) i indløbet forudsat identisk med koncentrationen i målt overfladenært vand. Koncentrationsniveauet i hhv. målt grundvandsgenereret og målt overfladenær tilstrømning vil blive beregnet ved brug af stofmodellen som beskrevet i et af nedenstående afsnit. De umålte vandvolumener svarende til grundvand ($Qin_{unmeabase|i,j}$) og overfladenært vand ($Qin_{unmeasurf|i,j}$) beregnes ved brug af vandmodellen. De potentielle punktkilder ($P_{unmea|i,j}$) beregnes ved at undersøge de oplande omkring søen, der formodes ikke at bidrage med vand til det målte indløb. Det atmosfæriske bidrag ($At|i,j$) beregnes ved brug af nøgletal for deposition multipliceret med søens overfladeareal.

Udledt stof fra søen forudsiges som:

$$Load_{out|i,j} \approx Cin_{meaout|i,j} \cdot Q_{out|j,i} \quad (2)$$

hvor $Cin_{meaout|i,j}$ er den målte koncentration i udløbet [kg/m³]. I det omfang, der sker udsivning fra søen via bunden, forudsættes det, at koncentrationsniveauet er ens overalt i søen.

2.2 Belastning af vand (vandmodel)

En volumenbalance af vand for søen giver:

$$\Delta V_{i,j} = Qin_{mea|i,j} + Qin_{unmea|i,j} + A \cdot (q_{pre|i,j} - q_{eva|i,j}) - Q_{out_{mea|i,j}} - Q_{out_{unmea|i,j}} \quad (3)$$

hvor

i,j : Indeks for hhv. år og måned.

$\Delta V_{i,j}$: Ændring i vandvolumen over en måned (m³/måned)

$Qin_{mea|i,j}$: Målt volumen tilløbende vand over måned i for år j (m³/måned)

$Qin_{unmea|i,j}$: Umålt volumen af tilstrømmende vand over måned i for år j (m³/måned)

$q_{pre|i,j}$: Nedbør over måned i for år j (m³/måned)

$q_{eva|i,j}$: Fordampning over måned i for år j (m³/måned)

A : Søareal (m²)

$Q_{out_{mea|i,j}}$: Målt vandvolumen ud af søen over måned i for år j (m³/måned)

$Q_{out_{unmea|i,j}}$: Umålt vandvolumen ud af søen (gennem søbund) over måned i for år j (m³/måned)

Ligning 3 kan omskrives til:

$$Q_{out_{mea|i,j}} = A \cdot (q_{pre|i,j} - q_{eva|i,j}) + Qin_{mea|i,j} + Qin_{unmea|i,j} - Q_{out_{unmea|i,j}} - \Delta V_{i,j} \quad (4)$$

hvor $Q_{out_{mea|i,j}}$ skal måles på station ved søens udløb, mens nedbøren enten kan findes fra en nedbørsmåler i nærheden af søen eller ud fra meteorologiske data. Fordampningen $q_{eva|i,j}$ beregnes ud fra potentiel fordampning. Den umålte del af udløbet $Q_{out_{unmea|i,j}}$ vil typisk være udsivning fra søbunden, da en sø meget sjældent har udløb. Den effektive vandudskiftning over en måned alene pga. nedbør og fordampning er beregnet som:

$$Qin_{vertical|i,j} = A (q_{pre|i,j} - q_{eva|i,j}) \quad (5)$$

hvor $Qin_{vertical}|_{i,j}$ er netto tilført vandvolumen til søen pga. nedbør og fordampning. Tilført vandvolumen fra nedbør, $q_{pre}|_{i,j}$, er estimeret fra meteorologiske data, mens den fordampede vandvolumen, $q_{eva}|_{i,j}$ er estimeret ved brug af en energibalace for indstråling. Ligning 4 og 5 giver følgende:

$$Qout_{mea}|_{i,j} = Qin_{vertical}|_{i,j} + Qin_{mea}|_{i,j} + Qin_{unmea}|_{i,j} - Qout_{unmea}|_{i,j} - \Delta V_{i,j} \quad (6)$$

Anvendelse af ændringen af søens vandvolumen, $\Delta V_{i,j}$, som parameter i beregningen kræver måling af søens overfladekote, hvilket sjældent er tilfældet. Der kan kompenseres for den manglende volumenbestemmelse ved at modellere den hydrauliske responstid for et indløb ved brug af lineære reservoirer, hvor de matematiske detaljer fremgår af Sørensen and Nielsen (2023). Resultatet er ligningen:

$$Qout_{mea}|_m = \sum_0^l [F_t \cdot (Qin_{mea}|_{m-t} + Qin_{unmea}|_{m-t} + Qin_{vertical}|_{m-t})] - Qout_{unmea}|_m \quad (7)$$

Ligning 7 kræver beregning af den umålte indløbne vandmængde, hvilket gøres med følgende udtryk:

$$Qin_{unmea}|_m = \alpha_n \cdot Qin_{mea}|_m + \beta 1_i \cdot \gamma_j \quad (8)$$

hvor α_n er en proportionsfaktor mellem målt og umålt vand for den n' kombination af målestationer i indløbet til den specifikke sø. Ændringer i lokationerne, hvor der måles i indløb, kan ske ved, at målestationer flyttes, oprettes, eller nedlægges, og enhver af sådanne ændringer vil give en ny kombination af målestationer.

Parameteren $\beta 1_i$ estimerer det samlede årlige vandvolumen, som strømmer til søen, uden at der er nogen relation til årsvariation i det målt indløb. Dette volumen bestemmes for hvert år (i' te år). Det vil således være at betragte som grundvandstilstrømningen til søen. Parameteren γ_j estimerer sæsonvariationen af grundvandstilstrømningen, hvilket giver følgende begrænsninger for γ_j :

$$\sum_{j=1}^{12} \gamma_j = 1 \quad (9)$$

I ligning 7 er F_t en lineær reservoirfaktor, som beskriver indflydelsen fra et indløb, der foregik t tidsskridt før tiden for udløbet, og t er dermed et indeks, der tæller antallet af måneder før udløbet, mens l er det antal måneder bagud i tiden, hvor indløbet kan have haft reel betydning for udløbet, og m er et indeks for hele rækken af tidsskridt (måneder) fra det første år, $i=1$, og den første måned $j=1$. Således gælder:

$$m = 12 \cdot (i - 1) + j \quad (10)$$

Ligningen for F_t er udledt i Sørensen and Nielsen (2023) og er følgende:

$$F_0 = 1 + K \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{K}}\right) \quad (11a)$$

$$F_t = K \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{K}}\right) \left(e^{-\frac{t-1}{K}} - e^{-\frac{t}{K}}\right), \quad t = 1, 2, 3, \dots \quad (11b)$$

I Ligning 11 a og b er K en reservoirkoefficient, hvor værdien $K=0$ betyder, at søen er så lille i forhold til gennemløbet af vand, at det kun er indløbet samme

måned som udløbet, der har betydning for udløbet. En større sø med forsinkelse mellem indløb og udløb, vil derimod have en Kværdi, der er markant større end 0. Dette illustreres for 10 søer i de illustrative beregninger senere i denne rapport.

Den endelige statistiske model ser ud som følger:

$$Qout_{mea}|_m \approx \sum_0^l [F_t \cdot ((1 + \alpha_n) \cdot Qin_{mea}|_m + \beta 1_t \cdot \gamma_t)] - \beta 2_i, \quad \beta 1_i, \beta 2_i \geq 0 \wedge [\beta 1_i > 0 \rightarrow \beta 2_i = 0] \quad (12)$$

Hvor den lineære reservoirfaktor F_t er estimeret ved brug af ligning 11 a-b. Ligning 12 vil sammen med Ligning 9 og 11 a-b blive anvendt til at give et Maximum Likelihood-estimat af modellens parametre. Parameteren $\beta 1_i$ beskriver den del af indløbet, der ikke afhænger af målt indløb i tilstrømmende vandløb, og tolkes som en tilstrømning af grundvand. Parameteren $\beta 2_i$ beskriver den del af udløbet, der ikke er målt, svarende til en mulig udsivning af vand fra søen gennem søbunden. Denne udsivning er forudsat konstant gennem året, men forskellig fra år til år. Det er nødvendigt at opstille nogle betingelser for de to parametre $\beta 1_i$ og $\beta 2_i$. Det skyldes, at $\beta 1_i$ og $\beta 2_i$ kan kompensere for hinanden, så en tilvækst af værdien for $\beta 1_i$ kan udlignes ved en tilsvarende vækst i værdien for $\beta 2_i$. Denne effekt svarer til, at ekstra tilført vand kan udlignes ved ekstra volumen umålt udløb, men det er ikke muligt simultant at bestemme et umålt indløb og udløb, der ikke afhænger af det målte vandvolumen, i samme Maximum Likelihood-estimat. Vandmodellen antager derfor, at den måned i løbet af et år, hvor der er mindst målt vandindstrømning, er helt domineret af grundvandsgenereret vand, og denne måned betegnes referencemåned for det specifikke år. Hvert år har dermed en referencemåned, der kan være forskellig fra år til år betegnet $jref_i$. Det giver følgende relation for den grundvandsgenererede og målte tilstrømning:

$$Qin_{meabase}|_{i,j} \approx Qin_{mea}|_{jref_i} \quad (13)$$

Ligning 13 forudsætter, at grundvandsfødt (base-flow) målt vand er konstant over året, men forskellig fra år til år. Den målte tilførte vandmængde, der ikke relateres til grundvandsfødt vand, henregnes til overfladenært vand:

$$Qin_{measurface}|_{i,j} \approx Qin_{mea}|_{i,j} - Qin_{mea}|_{jref_i} \quad (14)$$

Det umålte tilførte grundvandsgenererede vandvolumen beregnes som et bidrag fra hhv. det umålte vand i tilløbene og grundvandstilstrømning til søen:

$$Qin_{unmeabase}|_{j,i} \approx \alpha_n * Qin_{meabase}|_{i,j} + \beta 1_i \cdot \gamma_j \quad (15)$$

Ligning 15 forudsætter, at andelen af grundvandsfødt vand (base-flow) i den umålte tilstrømning er den samme som andelen i den målte. I ligning 15, ses det, at umålt grundvandsfødt vand kan variere både mellem år og hen over året mellem månederne. Da den overfladenære tilstrømning forudsættes at udvise store variationer fra måned til måned som respons på aktuelle hydrologiske forhold, og da disse variationer forudsættes ens inden for søens op-

land, forudsættes det, at den umålte overfladenære tilstrømning af vand korrelerer med den målte tilstrømning. Den umålte overfladenære vandtilstrømning er derfor beregnet som:

$$Qin_{unmeasurface}|_{j,i} \approx \alpha_n * Qin_{measurface}|_{i,j} \quad (16)$$

Det samlede volumen vand tilført søen med base-flow over en måned er beregnet som:

$$Qin_{base}|_{j,i} \approx Qin_{meabase}|_{i,j} + Qin_{unmeabase}|_{i,j} \quad (17)$$

Det samlede volumen vand tilført søen fra overfladenær tilstrømning over en måned er beregnet som:

$$Qin_{surface}|_{j,i} \approx (1 + \alpha_n) * Qin_{measurface}|_{i,j} \quad (18)$$

mens den samlede mængde udløbende vand er givet som:

$$Q_{out}|_{j,i} = \beta 2_i + Q_{out,mea}|_{i,j} \quad (19)$$

2.3 Koncentration af P og N (stofmodel)

Massebalance for stof (både N og P) i det målte vand i indløbet er

$$Cin_{tot,mea}|_{i,j} \cdot Qin_{mea}|_{i,j} = Cin_{mea,base}|_{i,j} \cdot Qin_{mea,base}|_{i,j} + Cin_{mea,surf}|_{i,j} \cdot Qin_{mea,surf}|_{i,j} + P_{effmea}|_{i,j} \quad (20)$$

hvor $Cin_{tot,mea}|_{i,j}$ er totalkoncentrationen af stof i den målte del af indløbet svarende til $Qin_{mea}|_{i,j}$, mens $Cin_{mea,base}|_{i,j}$ og $Cin_{mea,surf}|_{i,j}$ er totalkoncentrationen i hhv. det målte grundvandsfødte og målte overfladenære vandvolumen. Det effektive bidrag fra punktkilder i det målte indløb er taget med som $P_{effmea}|_{i,j}$ og er defineret som den masse, der ankommer i søens målte indløb, og som er et resultat af punktkildebelastningen i det målte opland. Ligning 20 kan omskrives til følgende udtryk med brug af den beskrivende dimensionsløse variable $X_{i,j}$:

$$\frac{Cin_{tot,mea}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} = \frac{Cin_{mea,base}|_{i,j} + (Cin_{mea,surf}|_{i,j} - Cin_{mea,base}|_{i,j}) \cdot X_{i,j} + P_{effmea}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}}, \text{ hvor } X_{i,j} = \frac{P_{effmea}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} \quad (21)$$

Kvantificeringen af en given punktkildes reelle bidrag til belastningen vil afhænge af både punktkildens styrke, hvor udledningen finder sted og retentionen i oplandet. Derfor er der defineret en parameter ρ svarende til den andel af masse fra punktkilder i det målte opland, der optræder i søens indløb

$$P_{effmea}|_{i,j} = \rho \cdot P_{mea}|_{i,j} \quad (22)$$

hvor $P_{mea}|_{i,j}$ er den samlede punktkildestyrke i det målte opland, og ρ vil blive bestemt med den statistiske model. Ud fra ligning 21 og 22 kan følgende statistiske model nu opstilles:

$$Y_{i,j} = \theta_0 + \theta_1 \cdot m + (\gamma 1_i + \gamma 2_j) \cdot X_{i,j} + \rho \cdot \frac{P_{mea}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} \quad (23)$$

hvor koncentrationen af stof i grundvandsfødt målt indløb er forudsat beskrevet som en lineær relation i tiden med ligningen:

$$Cin_{meabase}|_{i,j} \approx \theta_0 + \theta_1 \cdot m \quad (24)$$

Argumentet er, at grundvandsfødt vand er flere år om at dannes og dermed tilskrives en træg ændring over tid. Parametrene ρ , θ_0 , θ_1 , γ_{1_i} og γ_{2_j} bestemmes alle med brug af den statistiske model (ligning 23).

Den proportionalitetsfaktor, der multipliceres på $X_{i,j}$ er forudsat at bestå af et bidrag, der varierer over året, og en forskel mellem år: $\gamma_{1_i} + \gamma_{2_j}$. Der kan være en tidlig udvikling over årene, der ikke er ens for hhv. grundvandsfødt og overfladenært vand. Hvis der f.eks. sker et ændret N- og P-forbrug på markfladen, vil dette først have en effekt på overfladenært vand, da grundvandsfødt vand har en større forsinkelse. Denne forskel beskrives med parameteren γ_{1_i} . Det formodes desuden, at rodzonens optag af N og P kan have en vis betydning for koncentrationsniveauet i det overfladenære vand, og parameteren γ_{2_j} kan derfor tolkes som en mulig sæsonvariation pga. en årstidsafhængig betydning af planteoptaget.

Ved at sammenligne ligning 21 og 23 ses det, at leddet $(Cin_{measurf}|_{i,j} - Cin_{meabase}|_{i,j})$ i ligning 21 svarer til leddet $(\gamma_{1_i} + \gamma_{2_j})$ i ligning 23, så koncentrationen i det målte tilløbende overfladenære vand kan estimeres ved:

$$Cin_{measurf}|_{i,j} \approx Cin_{meabase}|_{i,j} + \gamma_{1_i} + \gamma_{2_j} \quad (25)$$

Det følger af ovenstående, at koncentrationen i det overfladenære vand er mere dynamisk i forhold til både sæsonen og fra et år til et andet end koncentrationen i grundvandet.

Som det ses i ligning 23, er punktkilderne inkluderet som en del af den afhængige variabel Y . Bidraget fra disse punktkilder er ikke direkte målbart og må derfor estimeres som et bidrag opstrøms i oplandet til en given målestation.

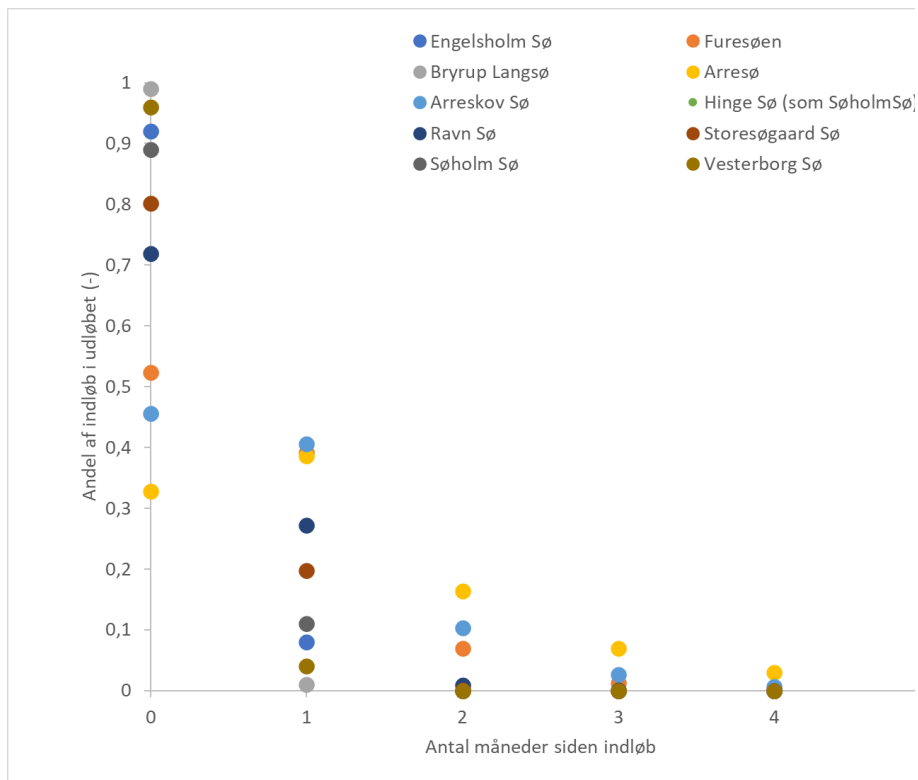
De forventede koncentrationsniveauer fra ligningerne 24 og 25 er ikke målbare størrelser, der kan valideres. Således kan forudsigelserne fra ligningerne 24 og 25 evt. justeres eller erstattes ved hjælp af ekspertvurdering, hvis værdierne forekommer urealistiske, og der findes lokal viden om korrekte værdiintervaller.

3 Illustrative beregninger

3.1 Hydraulisk responstid for 10 danske søer

Indløb af vand i en sø på et bestemt tidspunkt vil påvirke udløb fra søen over et stykke tid efter indløbstidspunktet. Denne forsinkende effekt i hydraulisk respons mellem indløb og udløb er med i vandmodellen som et lineært reservoir (ligning 11 a-b), og svarer ikke til vandets hydrauliske opholdstid, selvom de to begreber er beslægtede. Den forsinkende effekt, når der anvendes månedsvandføring, er ubetydelig for mindre søer med stor hydraulisk belastning (stor vandtilstrømning) som f.eks. Bryrup Langsø. For større søer kan der være flere måneders forsinkelse på et udløb. Den hydrauliske forsinkelse er vist for 10 danske søer på figur 2.1 og kan forklares med følgende eksempel: For Furesøen, måned nr. 0, er værdien 0,52 (orange punkt på y-aksen), hvilket indikerer, at indløb af 1 m³ vand til søen giver anledning til et udløb af 0,52 m³ vand den samme måned. De 0,52 m³, der løber ud pga. et indløb på 1 m³, er ikke det samme vand, som løb ind, men kan forstås som vand, der ikke ville være løbet ud, hvis der ikke var tilført 1 m³. Måneden efter (måned nr. 1) giver indløbet af 1 m³ i indløb måneden før anledning til udløb af ca. 0,4 m³ vand fra Furesøen, og måneden efter igen kommer der stadig et lille "skvulp" ud af søen svarende til knap 0,1 m³. Det fremgår af figur 2.1, at de hydraulisk hårdt belastede (lille opholdstid) søer, såsom Bryrup Langsø, Vesterborg Sø, Engelsholm Sø, Søholm Sø, og Hinge Sø, alle har en hurtig responstid, hvor et volumen i indløb stort set giver samme volumen i udløbet for den samme måned, mens de øvrige søer har en betydelig forsinkelse med Arresø som søen med størst forsinkelse. Arresø adskiller sig fra de andre søer ved, at der løber mere vand ud i måneden efter indløbet, end den måned indløbet foregår i. Dette er en konsekvens af, at en del af en given måneds indløb foregår sidst på måneden, og at dette vand kun i begrænset omfang giver anledning til en påvirkning af udløbet i samme måned som indløbet. Denne egenskab, at et indløb i en given måned har størst betydning for udløbet måneden efter, er fælles for meget store søer, hvor forsinkelsen er så stor, at et indløb primært bidrager til udløbet de efterfølgende måneder. Denne forsinkelse mellem indløb og udløb anvendes til at placere et volumen af umålt vand mest korrekt i forhold til, hvilken måned et vandvolumen er strømmet ind i søen for at relatere det rigtige vandvolumen til de målte indløbskoncentrationer for N og P på det pågældende tidspunkt. Det har størst betydning at inddrage denne forsinkelse, hvor koncentrationsniveauet varierer mellem måneder, og især hvis der er en korrelation mellem vandføring og koncentrationsniveau.

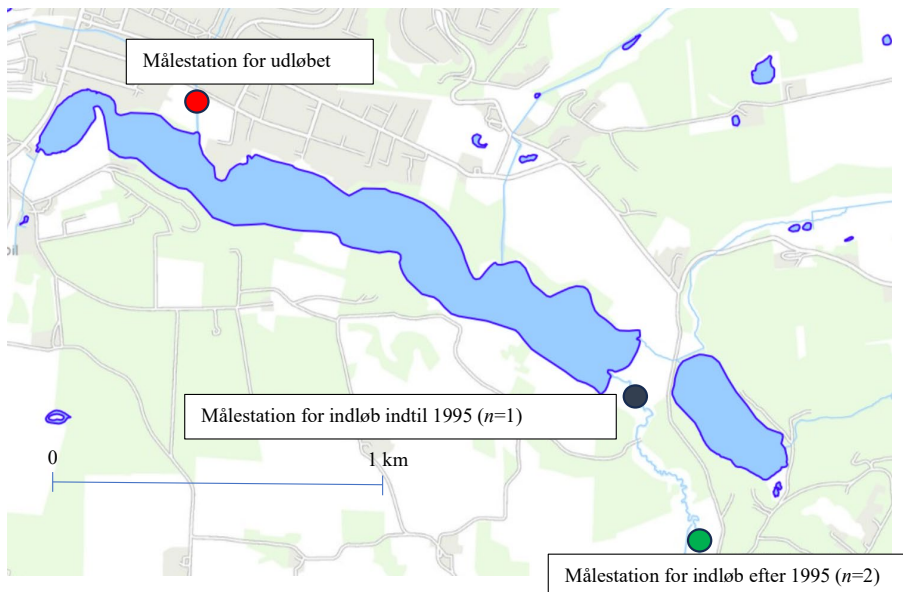
Figur 2.1 Hydraulisk forsinkelse for søerne. Bemærk, at Hinge Sø og Søholm Sø følger hinanden.



3.2 Bryrup Langsø

Bryrup Langsø er en mellemstor lavvandet sø, der dækker et areal på 37 ha og med en gennemsnitlig dybde på 4,6 m. Indløbsmålestationen er placeret i hovedindløbet, men stationen blev flyttet mellem år 1995 og 1996. Andelen af målt vand kan have ændret sig pga. denne flytning, hvorfor der regnes med to kombinationer af målestationer i indløbet ($n = 2$). Desuden ses i figur 2.2, at der er tre mindre vandløb, der løber ud i søen uden at være opmålt, hvilket yderligere indikerer, at modellen skal identificere en vis andel af umålt vand i indløb til søen.

Figur 2.2. Oversigt over Bryrup Langsø med angivelse af målestationernes placering.



Data indsamles på målestationerne som en del af Danmarks Nationale Overvågningsprogram (NOVANA), Svendsen og Norup. (2005a) og Svendsen m.fl. (2005b), og data i casestudiet er hentet fra dette program. Tidserien dækker perioden fra 1990 til og med 2021 med månedsværdier (Sørensen and Nielsen, 2023).

Vandmodel

Estimater for koefficienterne i ligning 11 a-b og 12 er givet for Bryrup Langesø i tabel 2.1. Det fremgår af tabellen, at β_{1_i} , volumenet af estimeret tilstrømmende grundvand, er estimeret for hvert år, og at der årligt strømmer mellem 0,1 og 3,66 millioner m^3 målt grundvand ind i søen, mens β_{2_i} , udsivning af vand gennem søbunden, som konsekvens af disse vandmængder, er estimeret til 0. Søen modtager dermed en del vand, som ikke afhænger af den aktuelle tilførsel af vand i det målte tilløb, hvilket tyder på en stor grundvandstilstrømning til søen. Den generelle sæsonvariation for denne grundvandstilstrømning ses i γ_j , der angiver andelen af grundvand, der er tilstrømmet i måned nr. j . F.eks. er der den første måned ($j=1$) og det første år ($i=1$) ifølge modellen strømmet $\beta_{1_1} \cdot \gamma_1 = 90000 \cdot 0,073 = 7047 m^3$ grundvand til søen. Det ses i tabel 1, at α_1 og α_2 reelt har identiske værdier, svarende til 0,2, hvilket betyder, at stationsflytningen fra år 1995 til år 1996 vist på figur 2.2 ikke har haft målbar betydning for andelen af umålt vand i tilløbet. Dette underbygges også af, at flytningen er af en relativt beskeden distance. Den estimerede værdi for α_n på 0,20 indikerer, at der løber 20 % mere vand til søen, end der måles på målestationen. Det virker troværdigt ud fra, at der tre mindre og umålte tilløb til søen, jf. figur 2.2.

Tabel 2.1. Koefficienterne i ligning 11 og 12, estimeret for Bryrup Langesø ($R^2=0,95$). Indeks 1-32 svarer til indeks for år, mens indeks 1-12 svarer til indeks for måned nr. og indeks 1-2 svarer til indeks for forskellig placering af målestation for indløbet.

Koefficient	Estimat	Enhed	Koefficient	Estimat	Enhed	Koefficient	Estimat	Enhed
β_{1_1}	900000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{1_{28}}$	1700000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{23}}$	0	$m^3/\text{måned}$
β_{1_2}	1040000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{1_{29}}$	1600000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{24}}$	0	$m^3/\text{måned}$
β_{1_3}	900000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{1_{30}}$	2120000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{25}}$	0	$m^3/\text{måned}$
β_{1_4}	860000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{1_{31}}$	2440000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{26}}$	0	$m^3/\text{måned}$
β_{1_5}	1660000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{1_{32}}$	1720000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{27}}$	0	$m^3/\text{måned}$
β_{1_6}	3660000	$m^3/\text{år}$	β_{2_1}	0	$m^3/\text{måned}$	$\beta_{2_{28}}$	0	$m^3/\text{måned}$
β_{1_7}	920000	$m^3/\text{år}$	β_{2_2}	0	$m^3/\text{måned}$	$\beta_{2_{29}}$	0	$m^3/\text{måned}$
β_{1_8}	560000	$m^3/\text{år}$	β_{2_3}	0	$m^3/\text{måned}$	$\beta_{2_{30}}$	0	$m^3/\text{måned}$
β_{1_9}	1180000	$m^3/\text{år}$	β_{2_4}	0	$m^3/\text{måned}$	$\beta_{2_{31}}$	0	$m^3/\text{måned}$
$\beta_{1_{10}}$	720000	$m^3/\text{år}$	β_{2_5}	0	$m^3/\text{måned}$	$\beta_{2_{32}}$	0	$m^3/\text{måned}$
$\beta_{1_{11}}$	1620000	$m^3/\text{år}$	β_{2_6}	0	$m^3/\text{måned}$	γ_1	0,073	1/måned
$\beta_{1_{12}}$	480000	$m^3/\text{år}$	β_{2_7}	0	$m^3/\text{måned}$	γ_2	0,098	1/måned
$\beta_{1_{13}}$	1360000	$m^3/\text{år}$	β_{2_8}	0	$m^3/\text{måned}$	γ_3	0,134	1/måned
$\beta_{1_{14}}$	1280000	$m^3/\text{år}$	β_{2_9}	0	$m^3/\text{måned}$	γ_4	0,110	1/måned
$\beta_{1_{15}}$	1360000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{10}}$	0	$m^3/\text{måned}$	γ_5	0,110	1/måned
$\beta_{1_{16}}$	1700000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{11}}$	0	$m^3/\text{måned}$	γ_6	0,098	1/måned
$\beta_{1_{17}}$	980000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{12}}$	0	$m^3/\text{måned}$	γ_7	0,073	1/måned
$\beta_{1_{18}}$	540000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{13}}$	0	$m^3/\text{måned}$	γ_8	0,073	1/måned
$\beta_{1_{19}}$	920000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{14}}$	0	$m^3/\text{måned}$	γ_9	0,061	1/måned
$\beta_{1_{20}}$	620000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{15}}$	0	$m^3/\text{måned}$	γ_{10}	0,049	1/måned
$\beta_{1_{21}}$	100000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{16}}$	0	$m^3/\text{måned}$	γ_{11}	0,061	1/måned
$\beta_{1_{22}}$	760000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{17}}$	0	$m^3/\text{måned}$	γ_{12}	0,061	1/måned
$\beta_{1_{23}}$	1060000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{18}}$	0	$m^3/\text{måned}$	α_1	0,20	-
$\beta_{1_{24}}$	1280000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{19}}$	0	$m^3/\text{måned}$	α_2	0,21	-
$\beta_{1_{25}}$	880000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{2_{20}}$	0	$m^3/\text{måned}$	K	0,01	-
$\beta_{1_{26}}$	1360000	$m^3/\text{år}$	$\beta_{1_{21}}$	0	$m^3/\text{måned}$			

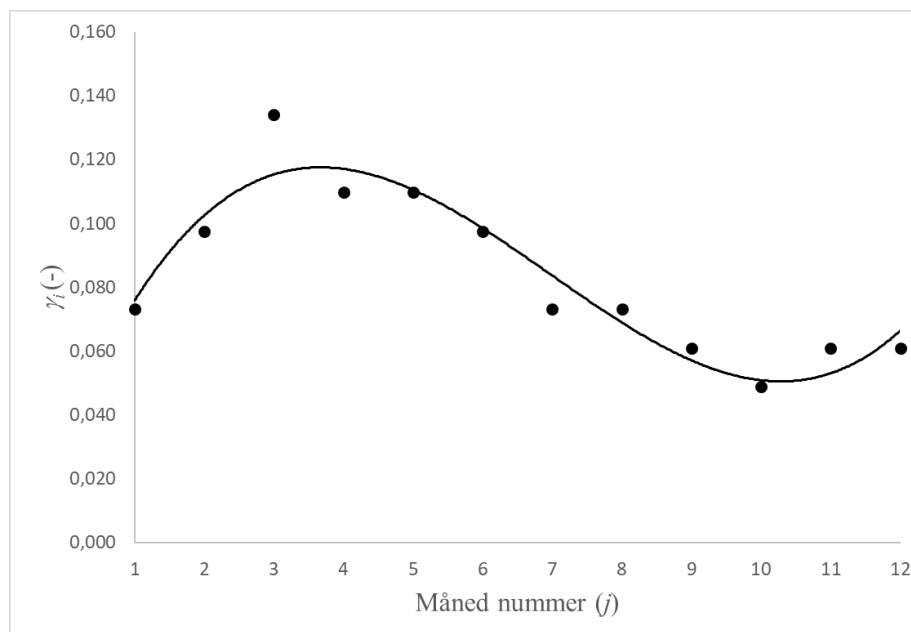
Modellen tolker β_{1_i} som en grundvandstilstrømning til søen, hvilket er en tolkning, som er svær at validere, da det ikke er muligt at måle denne vandmængde. Det er dog muligt at foretage en indirekte validering ved at korrelere de estimerede β_{1_i} -værdier med nedbørsmængden i søens opland. En sådan korrelation er vist i tabel 2.2, hvor værdien for β_{1_i} er søgt beskrevet ved brug af nedbørsmængden (mm/år) for hhv. det samme år som det år, hvor β_{1_i} blev estimeret ($Prec_i$), året før ($Prec_{i-1}$) og året før igen ($Prec_{i-2}$). Tabel 2.2. er en sekventiel ANOVA, hvilket betyder, at nedbør samme år inddrages først som forklarende variabel med en forklaret kvadratsum på $91 \cdot 10^6$, hvilket er beskedent sammenlignet med en uforklaret kvadratsum (residualer) på $75714 \cdot 10^6$. Derefter indføres nedbør året før som forklarende variabel alene for den variation, som nedbøren samme år ikke kan forklare. Her forklares en kvadratsum på $17899 \cdot 10^6$, hvilket er langt mere end nedbøren samme år. Til sidst afprøves nedbøren to år før for at se, om denne variabel kan forklare noget af den resterende kvadratsum. Her ses igen en meget mindre forklaringskraft med værdien $416 \cdot 10^6$. Af disse tre mulige bidrag for hvert sit år er det derfor kun nedbøren året før, som er signifikant med en p værdi på 0,02 ($Pr=0,02$). Tabel 2.2 viser således, at β_{1_i} -estimatet alene korrelerer med nedbøren året før ($Prec_{i-1}$), mens der ikke er nogen sikker korrelation med nedbør hhv. samme år ($Prec_i$) eller nedbøren to år før ($Prec_{i-2}$). Dette indikerer, at β_{1_i} udtrykker en grundvandstilstrømning, som er påvirket af nedsivning året før, men som er upåvirket af mere nylig falden nedbør.

Tabel 2.2. ANOVA-tabel, der viser og tekster betydningen for β_i af årsnedbør hhv. samme år ($Prec_i$), året før ($Prec_{i-1}$) og to år før ($Prec_{i-2}$) det år, hvor β_{1_i} er estimeret. Tabellen er sekventiel anova som forklaret i teksten.

Respons variabel: β_{1_i}				
Beskrivende variable	Kvadrat Sum	Df	F	Pr (>F)
$Prec_i$	$91 \cdot 10^6$	1	0,031	0,86
$Prec_{i-1}$	$17899 \cdot 10^6$	1	6,147	0,02
$Prec_{i-2}$	$416 \cdot 10^6$	1	0,143	0,71
Residualer	$75714 \cdot 10^6$	26		

Grundvandstilstrømningens variation hen over året er modelleret ved brug af koefficienten γ_j , og den årlige variation for Bryrup Langsø af koefficienten γ_j ses på figur 2.3. Figuren viser en sæsonvariation, hvor grundvandstilstrømningen stiger gennem vinteren, hvor grundvandsmagasinet fyldes op, mens den falder gennem sommerhalvåret, hvor grundvandsmagasinet tømmes.

Figur 2.3. Variation over året i estimeret umålt grundvandstilførelse til søen (figur fra Sørensen og Nielsen, 2023).



Modellen skal forudsige den umålte belastning. Mængden af umålt vand i forhold til målt vand er opgjort i tabel 2.1 Det umålte udløb ($Q_{out_{unmea}|i,j}$) er estimeret til nul for hele perioden.

Tabel 2.3. Den estimerede månedlige gennemsnitlige tilførsel af vand eksklusiv fordampning og nedbør direkte i søen ($Q_{in,vertical|i,j}$).

Kombination af målestation (n)	Middeltilførsel (1000 m ³ /måned)			
	Reservoirtyp	Målt	Umålt	Total
1	Grundvandsfødt	200	129	330
	Overfladenært	291	58	350
	Total	492	188	679
2	Grundvandsfødt	214	152	366
	Overfladenært	225	47	273
	Total	439	199	638

Tabel 2.3 viser, at det umålte vandvolumen udgør omkring 1/3 af indløbet, og at den umålte del domineres af grundvandstilført vand.

Kvælstof-model

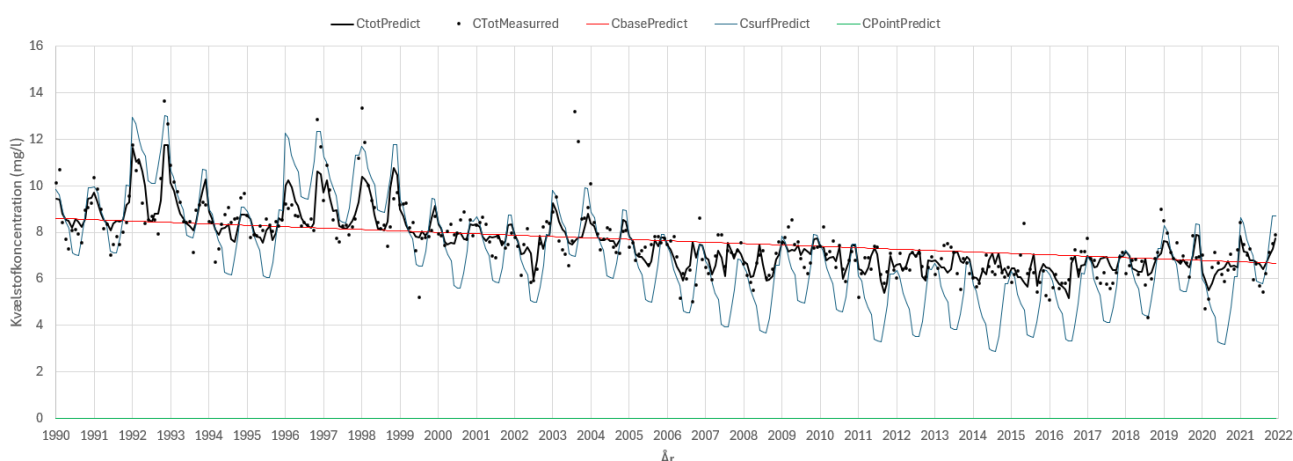
Den målte N-koncentration i indløbet er anvendt sammen med den målte vandmængde i ligning 23 og under forudsætning af, at det målte base-flow svarer til referenceflowet for det pågældende år (se tabel 2.4). Punktkildefaktoren ρ blev estimeret til en værdi tæt på nul, hvorfor punktkilder er negligeret i modellen. Dette er i overensstemmelse med, at opgørelsen over punktkilder i oplandet ikke har påvist betydelige punktkilder (Sørensen and Nielsen, 2023).

Tabel 2.4. Estimerede parametre for ligning 23, $R^2=0,70$.

Parameter	Estimat	Enhed	Parameter	Estimat	Enhed	Parameter	Estimat	Enhed
γ_{1_1}	0	mg/l	$\gamma_{1_{17}}$	-1,51	mg/l	γ_{2_1}	1,24	mg/l
γ_{1_2}	0,15	mg/l	$\gamma_{1_{18}}$	-2,05	mg/l	γ_{2_2}	1,00	mg/l
γ_{1_3}	3,21	mg/l	$\gamma_{1_{19}}$	-2,25	mg/l	γ_{2_3}	0,29	mg/l
γ_{1_4}	0,95	mg/l	$\gamma_{1_{20}}$	-0,88	mg/l	γ_{2_4}	-0,12	mg/l
γ_{1_5}	-0,59	mg/l	$\gamma_{1_{21}}$	-1,21	mg/l	γ_{2_5}	-0,39	mg/l
γ_{1_6}	-0,66	mg/l	$\gamma_{1_{22}}$	-2,44	mg/l	γ_{2_6}	-1,47	mg/l
γ_{1_7}	2,79	mg/l	$\gamma_{1_{23}}$	-2,17	mg/l	γ_{2_7}	-1,54	mg/l
γ_{1_8}	1,82	mg/l	$\gamma_{1_{24}}$	-1,81	mg/l	γ_{2_8}	-1,56	mg/l
γ_{1_9}	2,33	mg/l	$\gamma_{1_{25}}$	-2,68	mg/l	γ_{2_9}	-0,91	mg/l
$\gamma_{1_{10}}$	0,07	mg/l	$\gamma_{1_{26}}$	-2,02	mg/l	$\gamma_{2_{10}}$	0,05	mg/l
$\gamma_{1_{11}}$	-0,81	mg/l	$\gamma_{1_{27}}$	-2,12	mg/l	$\gamma_{2_{11}}$	1,37	mg/l
$\gamma_{1_{12}}$	-0,52	mg/l	$\gamma_{1_{28}}$	-1,26	mg/l	$\gamma_{2_{12}}$	1,36	mg/l
$\gamma_{1_{13}}$	-1,30	mg/l	$\gamma_{1_{29}}$	-0,92	mg/l	θ_0	8,61	mg/l
$\gamma_{1_{14}}$	0,76	mg/l	$\gamma_{1_{30}}$	0,18	mg/l	θ_1	-0,0050	mg/(l-t)
$\gamma_{1_{15}}$	-0,13	mg/l	$\gamma_{1_{31}}$	-2,02	mg/l	ρ	0	-
$\gamma_{1_{16}}$	-1,10	mg/l	$\gamma_{1_{32}}$	0,66	mg/l			

Tidsserier med modellerede koncentrationer er vist i figur 2.4 sammen med de målte værdier. Den tykke sorte kurve er modelberegnet totalkoncentration, som kan sammenlignes med målingerne (punkterne). Ekstreme målte værdier synes dårligt beskrevet af modellen. Den tynde blå kurve er den modelberegnete koncentration i det overfladenære vand, mens den røde kurve er den modelberegnete koncentration i base-flow. Koncentrationen i det overfladenære vand udviser variation over året med høje værdier i vinterperioden og de laveste værdier om sommeren. Dette stemmer fint overens med, at det overfladenære vand er i forbindelse med rodzonen og derfor er påvirket af udvaskning og planteoptag. Forskellen i koncentration i det overfladenære vand mellem vinter og sommer er ca. 3 mg/l. Koncentrationen i base-flow forudsættes at falde lineært gennem perioden, fordi det forudsættes, at

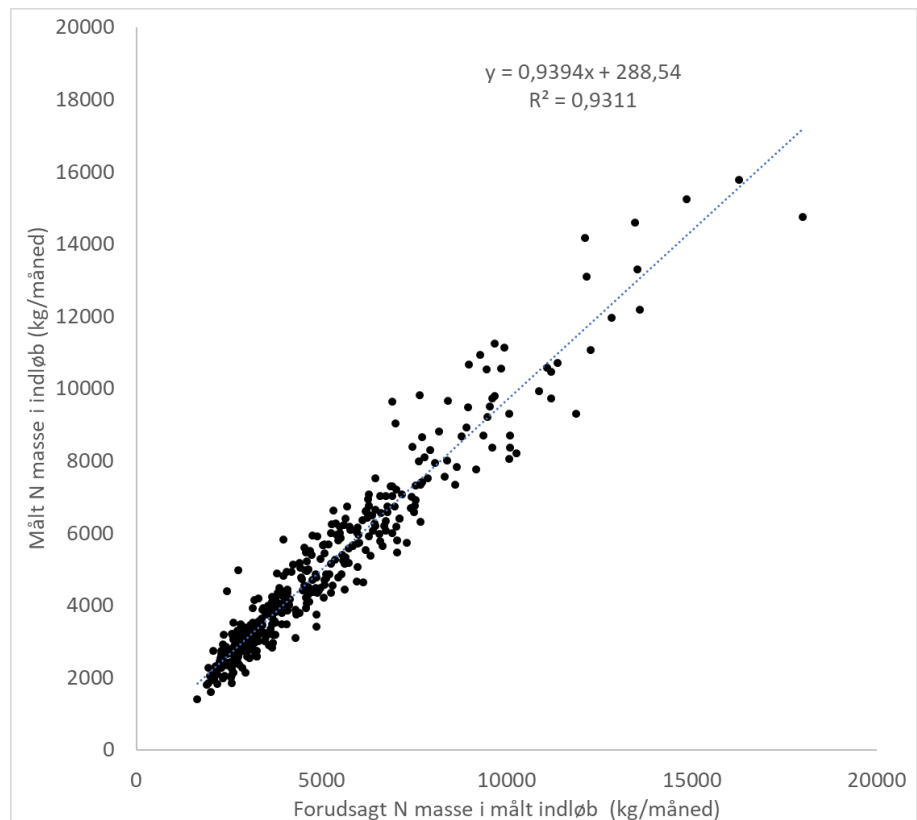
grundvandskoncentrationen ikke ændrer sig dramatisk fra år til år, men at der her er tale om mere langsigtede ændringer, der godt kan beskrives som en lineær ændring over hele perioden. Da sommervandføringen domineres af grundvandsfødt vand, bør de målte koncentrationer om sommeren (mellem gridlinjerne) være tæt på den røde linje på figur 2.4. Dette kan også observeres på figuren, dog med en tendens til at sommer-koncentrationerne ligger under den røde kurve en del år i perioden 2006-2018. Koncentrationen i det overfladenære vand synes at falde væsentligt gennem perioden, hvilket stemmer overens med, at netop det overfladenære vand responderer tydeligt på tiltag i landbruget. Der ses desuden en tendens til, at koncentrationsniveauet øges lidt i det overfladenære vand sidst i perioden. Det er især estimeret af det koncentrationsniveau i base-flow, der er kritisk for massebalancen, fordi det meste umålte vand er grundvandsfødt jf. tabel 2.3.



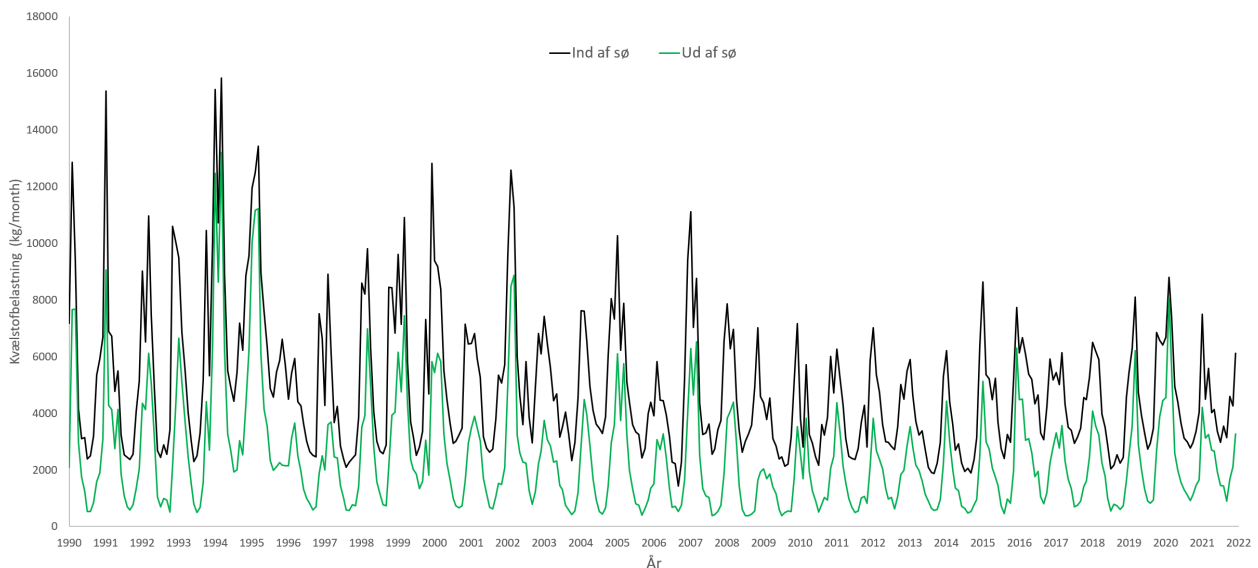
Figur 2.4. Beregnede (sort kurve) samt målte (punkter) koncentrationsniveauer af N i indløbet. Den blå kurve er det beregnede koncentrationsniveau i det overfladenære vand, mens den røde kurve er beregnet koncentration i base-flow. De lodrette gridlinjer svarer til hele år. (Figur fra Sørensen og Nielsen, 2023).

Formålet med den statistiske model er at beregne N-belastningen for den ikke-målte del af det tilførte vandvolumen, mens den målte belastning kan anvendes til at teste modellens evne til at forudsige belastningen ved at sammenligne den modelberegnete "målte" belastning med den faktisk målte. En sådan test er vist på figur 2.5.

Figur 2.5. Sammenligning af modelberegnet og målt belastning, alene for den målte andel af indløbet vand (figur fra Sørensen og Nielsen, 2023).



Den endelige opgjorte månedlige kvælstofbelastning, som udgøres af den målte belastning og den beregnede umålt belastning med brug af modellens forudsigelser for det umålte land er vist på figur 2.6. I figuren er den målte tilførsel af kvælstof vist sammen med den målte kvælstoftransport ud af søen. I Bryrup Langsø ses en betydelig tilbageholdelse af kvælstof svarende til gennemsnitligt 2500 kg N pr. måned.



Figur 2.6. Den samlede N-belastning ind og ud af Bryrup Langsø, hvor målinger er hulfyldt med modelberegninger (figur fra Sørensen og Nielsen, 2023).

4 Diskussion

Formålet med udviklingen af modellen er at forudsige transporten af kvælstof (N) og fosfor (P) ind og ud af en sø med ufuldstændigt opmålte vandvolumener, og hvor den ikke-målte belastning skal forudsiges ved brug af viden om den målte andel af vandet. I de fleste tilfælde vil en given sø kun have et enkelt udløb, hvorfor udstrømningen har tendens til at være bedre beskrevet end tilstrømningen. Søer kan dog have udsivning gennem bunden, hvilket vil bidrage til tab af N og P på samme måde som udløbet ved overfladen. Indløbet til søen kan bestå af flere vandløb, hvoraf ofte kun en del er målte. Der vil ofte være målt på et hovedtilløb, mens mindre vandløb ikke måles. Det er klart, at der er usikkerheder relateret til de målte vandvolumener og næringsstofkoncentrationsniveauer, men i dette notat er alene fokuseret på at minimere den usikkerhed, der introduceres fra den ikke-målte andel af belastningen. Kvalitetssikring af de overvågningsdata, der bruges som datainput, er afgørende for belastningsberegningen. Den velkendte generelle modelleringsbetingelse "garbage in is garbage out" vil også gælde for belastningsforudsigelserne: Hvis datainputtet til belastningsforudsigelserne ikke er af tilstrækkelig kvalitet, vil det medføre betydelig usikkerhed.

Vandmodellen udtrykker udløbet vandvolumen som funktion af målt indløbet volumen. Det kan grafisk ses som en funktion med målt udløb på y-aksen og målt indløb på x-aksen. I denne model tolkes skæringspunktet på y-aksen som den umålte netto-mængde vand, der tilføres søen under fiktive vilkår, hvor der ikke kommer noget målt vand ind i søen, altså som en nettovandudveksling gennem søbunden eller fra umålte vandkilder, der løber til søen uafhængigt af målt tilløb. Hvis skæringen estimeres som negativ, tolkes det som tab af vand på grund af udsivning gennem søbunden. Under ideelle forhold, hvor alt tilløbet vand er målt, vil der være en hældning på kurven mellem indløbet vand og udløbet vand på værdien én. I det omfang denne hældning er større end én (der løber mere vand ud af søen, end der er målt at løbe ind), tolkes det som, at der findes en andel af umålt vand i den reelle indstrømmende vandmængde. Dette er baseret på det rationale, at hvis der f.eks. måles 10 m^3 vand ved udløbet af søen for hver målt 1 m^3 ved indløbet (hældning lig med to), så er der 1 m^3 umålt vand i tilløbet for hver 1 m^3 målt vandvolumen i indløbet. Sæsonudsvinget i base-flow antages uafhængigt af målestationskombinationen. Denne antagelse kan dog anfægtes, hvis det umålte vandvolumen er stort. I sådanne tilfælde vil det imidlertid altid være en udfordring at foretage valide belastningsforudsigelser. En ændring i placering af målestationerne er i modellen antaget at finde sted i begyndelsen af et år, hvilket typisk er tilfældet i overvågningsprogrammet. Den statistiske model for vandbalancen kan dog ændres, så den omfatter ændringer i målingen fra en hvilken som helst måned og et hvilket som helst år.

Modellen antager, at den mindste månedlige tilstrømning af vand i et år alene består af base-flow, hvorfor denne måned bruges som referencemåned for bestemmelse af det målte grundvandsfødte vandvolumen det pågældende år. Derfor kan våde perioder over sommeren, som sædvanligvis er perioden med lavest vandføring, påvirke modellens estimer af base-flow om sommeren, hvilket kan føre til overestimering af base-flow i referencemåned. Desuden vil denne målte andel af base-flow variere over året, hvilket modellen ikke tager højde for i den nuværende version.

Akkumuleringen af vand i søen er inkluderet i modellen som en hukommelseffekt i en lineær reservoirmodel, der inkluderer de seneste måneders vandinput for at modellere den aktuelle måneds output. Udstrømningen fra søen antages således at være lineært afhængig af vandvolumenet i søen. Dette er typisk gyldigt for mindre udsving i ind- og udløbende vandmængder, da større ændringer i forholdet mellem indgående vandmængde og udgående vandmængde måneden efter vil have en tendens til at være ikke-lineære.

N- og P-koncentrationen forudsiges ved hjælp af en statistisk model, der opdeler kilderne i tre komponenter: (1) punktkilder, (2) grundvandsfødte kilder og (3) overfladenære kilder. Punktkildernes styrke skal identificeres både i oplandet til det målte tilløb og i søens opland, og modellen estimerer punktkildens reelle bidrag. Punktkildebidraget kan enten beskrives som et potentielt eller reelt bidrag. Et potentielt bidrag svarer til den opgjorte kildestyrke (massebidrag) i oplandet fra punktkilder uden hensyntagen til retentionen i oplandet fra det sted, punktkilden udleder til vandløbet og nedstrøms til udløbet i søen. Det reelle punktkildebidrag er det bidrag, punktkilder reelt giver til belastningen af søen under hensyntagen til retentionen. En opgørelse af punktkilder i søens opland kan bruges til at beregne det potentielle punktkildebidrag, mens det reelle bidrag er svært at prædikere, da det også kræver en meget detaljeret viden om retentionen. Modellen søger at løse dette dilemma ved statistik at estimere det effektive punktkildebidrag gennem fitning af massebalancen for indløbet til det potentielle punktkildebidrag (Sørensen og Nielsen, 2023). Denne fitning udføres ud fra den betragtning, at det reelle punktkildebidrag, modsat mere diffuse bidrag, ikke følger vandflowet, og derfor ikke kan estimeres i indløbet sammen med koncentrationsbidraget for hhv. grundvandfødte vand og overfladenært vand. En vis andel af punktkildebidraget kan dog med denne metode fejlagtigt blive modelleret som en del af mere diffuse kilder, især hvis punktkilderne er placeret på længere afstand opstrøms søen, og hvis der er andre søer opstrøms, der påvirker koncentrationsniveauet i det tilstrømmende vand. Det vurderes derfor, at modellen er bedst til at håndtere punktkilder for søer, i hvis tilstrømning der ikke findes andre søer opstrøms. I tilfælde af systemer, hvor vand fra én sø strømmer til andre søer nedstrøms, kan en mere omfattende model for transport og omsætning af N og P være bedre. I det omfang de potentielle punktkilder fremstår små i forhold til den samlede masse af stof, vil der dog ikke være nogen større gevinst i at forfine beskrivelsen af punktkilder.

Adskillelsen af vandafstrømningen i henholdsvis grundvandsfødte vand og overfladenært vand er en grov kategorisering, der bruges til at beskrive den store variation i vandtransportrater. Det specifikke tilfælde, hvor koncentrationsniveauet i det overfladenære vand falder i vækstsæsonen, indikerer dog realisme bag modellen. Forudsætningen om en lineær relation mellem koncentrationsniveauet af N og P og tid bygger på en formodning om, at koncentrationsudviklingen i grundvandet er relativt langsom og kun i lille omfang afhængig af forskelle i udvaskningen fra rodzonen fra år til år. Det vil dog være muligt at indføre en mere fleksibel funktionel sammenhæng, hvilket kan overvejes i fremtidige estimater.

Det forudsættes i modellen, at næringsstoffkoncentrationen i det umålte grundvand svarer til koncentrationen i det målte grundvand i tilløbet. Dette kan være kritisk for især søer med en betydelig tilstrømning af grundvand direkte gennem søbunden, hvis dette umålte grundvand har en anden koncentration end det målte vand i tilløbet. Derfor bør massebalancen tages med forbehold for søer med stor umålt grundvandtillstrømning.

Modellen for vand og næringsstoffer bør løbende evalueres og evt. justeres i tæt synergi med modellering af vand, N og P i andre landsdækkende modeller. De landsdækkende modeller kan adskille forskellige kilder til N og P og således tage hensyn til forskellige forhold mellem målte og umålte oplande. Landsdækkende modeller er dog behæftet med forholdsvist stor usikkerhed, når de bruges lokalt for de enkelte søer. Det er således et dilemma, om det er bedre at ekstrapolere lokale målinger til umålte oplande uden hensyn til forskellige karakteristika mellem målte og umålte oplande, eller om landsdækkende modeller skal bruges til at tage hensyn til disse forskelle, selvom disse modeller er meget usikre på lokal skala og derfor risikerer at indføre en fiktiv forskel. Således foretager GEUS i 2024 en revision af den landsdækkende QNP-model, hvor modellen for tilstrømmet vand til hvert ID15-opland forbedres. Dette kan forbedre muligheden for at kunne beregne både grundvandsgeneret og overfladenært tilstrømmet vandvolumen for de enkelte ID15-oplande som delvis erstatning for den lokale vandmodel, som er beskrevet i dette notat. Når de opdaterede resultater fra dette arbejde er færdigt, bør det derfor undersøges, om nogle af de mest kritiske forudsætninger i vandmodellen kan elimineres med virkning også for usikkerheden i stofmodellen.

5 Referencer

Jeppesen, E., Sørensen, P.B., Johansson, L.S. Søndergaard, M., Lauridsen, T., L., Nielsen, A., Mejlhede, P. , 2025: Recovery of lakes from eutrophication: changes in nitrogen retention capacity and the role of nitrogen legacy in 10 Danish lakes studied over 30 years. *Hydrobiologia* 852, 377–387 (2025). <https://doi.org/10.1007/s10750-024-05478-6>

Johansson, L.S., Søndergaard, M. & Sørensen, P.B., 2024: Søer 2022. NOVANA. Aarhus Universitet, DCE – Nationalt Center for Miljø og Energi, 96 s. - Videnskabelig rapport nr. 591

Svendsen, L.M. & Norup, B. (eds.) 2005a: NOVANA. Nationwide Monitoring and Assessment Programme for the Aquatic and Terrestrial Environments. Programme Description – Part 1. National Environmental Research Institute, Denmark. 53 pp. – NERI Technical Report No. 532.

Svendsen, L.M., Bijl, L. van der, Boutrup, S. & Norup, B. (eds.) 2005b: NOVANA. National Monitoring and Assessment Programme for the Aquatic and Terrestrial Environments. Programme Description – Part 2. National Environmental Research Institute, Denmark. 138 pp. – NERI Technical Report No. 537

Sørensen og Nielsen, 2023, Statistical model concept to quantify input and output of water, nitrogen and phosphorus for lakes with partly gauged watersheds, Arxiv, Cornell University: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2312.08120>

Windolf, J., E. Jeppesen, J. P. Jensen & P. Kristensen, 1996: Modelling the seasonal variation in in-lake concentration and retention of nitrogen in 16 shallow lakes: a four-year mass balance study. *Biogeochemistry* 33: 25–44. <https://doi.org/10.1007/BF00000968>

6 Bilag

Følgende bilag svarer til dokumentation på platformen Arxiv,
(December 2023):

[arXiv:2312.08120v1](https://arxiv.org/abs/2312.08120v1)

Statistical model concept to quantify input and output of water, nitrogen and phosphorus for lakes with partly gauged watersheds

Peter Borgen Sørensen^{*1}, *Anders Nielsen*²

¹*Department of Ecoscience, Faculty of Technical Sciences, Aarhus University, C.F. Møllers Allé,
Building 1120, 8000 Aarhus, Denmark.*

²*WateriTech, Døjsøvej 1, 8660 Skanderborg, Denmark*

pbs@ecos.au.dk

Abstract

Valid mass load predictions of nutrients, in particular nitrogen (N) and phosphorus (P), are needed for the limnological understanding of single lake ecosystems as well as larger river/lake ecosystems. The mass of N and P that enters a lake will determine the ecological state of the lake, and the mass release from the lake will determine the ecological state of downstream ecosystems. Hence, establishing sound quantifications of the external load is crucial and e.g. contributes to the foundation of assessments of necessary management interventions to improve or preserve the ecological integrity of lakes. The external load of N and P is an integral of several pathways, each having different contributions to the total mass load. Around the world, balances of N and P have been derived for decades to support both lake water quality monitoring and research, but it can be difficult and, thus, costly to make detailed and sufficiently covering measurement campaigns in all tributaries (surface as well as groundwater) in the watershed of the N and P load including seasonality and temporal change from year to year. Thus, load prediction is facing challenge of uncertainty due to unmeasured loads, which can be a consequence of limited resources available for the water flow recordings and water concentration measurements in inlets around the lake, or simply due to invisible water flow taking place through the lake bottom. The lake outlet will typically take place in one single river, so the outlet recording seems easier to measure than inlets, however, the outlet may also have unmeasured parts in cases where water is leaching out through the lake bottom. In this paper, we propose a method that applies incomplete data sets (incomplete in the sense of temporal frequency and percentage of gauged watershed) to generate time series that predict the N and P loads entering and leaving the lake.

Key words: Lakes, ecological modelling, nitrogen, phosphorus, load predictions

Introduction

The estimation of the nutrient load to lakes of nitrogen (N) and phosphorus (P) is a fundamental task needed for developing ecological models of lake processes. The uncertainty of the load estimates directly influences the uncertainty of the lake models, and therefore the predictions of the load need to be refined as much as possible in order to ensure valid lake modeling.

Specifically, the purpose of this method is to deliver optimal use of existing data to quantify N and P concentrations of the inflowing water as well as the water volumes entering and leaving the lake to predict the load of N and P. The major challenge is how to assess the unmeasured fraction of water, N and P.

The method has been developed as a part of the Danish National Monitoring Program (NOVANA), Svendsen et al., 2005a and 2005b and the data in the case study was obtained from this program.

Methods

The principle is based on two linear model assumptions: (1) A mass balance of water, where the unmeasured fraction of water is predicted and separated into a baseflow and a surface-near flow, respectively; (2) A mass balance of N and P, where the measured concentration level is decomposed into a baseflow water concentration, a surface-near water concentration and a contribution from point sources. The predictions from these two linear models are used together with point source estimate, to predict the unmeasured load of N and P into the lake and downstream from the lake.

Water model

A mass balance of water during one month for the lake is as follows:

$$\Delta V_{i,j} = Qin_{mea|i,j} + Qin_{unmea|i,j} + A \cdot (q_{pre|i,j} - q_{eva|i,j}) - Qout_{mea|i,j} - Qout_{unmea|i,j} \quad (1)$$

Where

i,j : indexes of respectively year and month

$\Delta V_{i,j}$: Change in water volume in the lake for one month (m³/month)

$Qin_{mea|i,j}$: Measured amount of inflow water for one month (m³/month)

$Qin_{unmea|i,j}$: Unmeasured amount of inflow water for one month (m³/month)

$q_{pre|i,j}$: Precipitation for one month (m/month)

$q_{eva|i,j}$: Evaporation for one month (m/month)

A : Lake area (m²)

$Qout_{mea|i,j}$: Measured water outflow in the outlet of the lake for one month (m³/month)

$Qout_{unmea|i,j}$: Unmeasured water outflow from the lake (leaching from bottom) for one month (m³/month)

Eq. 1 can be rearranged as:

$$Qout_{mea|i,j} = A \cdot (q_{pre|i,j} - q_{eva|i,j}) + Qin_{mea|i,j} + Qin_{unmea|i,j} - Qout_{unmea|i,j} - \Delta V_{i,j} \quad (2)$$

The $Qout_{mea|i,j}$ can be measured using a flow recorder at the outlet of the lake and the precipitation can be measured at a nearby station or estimated using methodological data. Evaporation can be measured using the energy balance of incoming energy balance. The $Qout_{unmea|i,j}$ is the unmeasured outflow that can take place as net leaching from the lake bottom. The volume of water exchange due to precipitation and evaporation is estimated as

$$Qin_{vertical|i,j} = A(q_{pre|i,j} - q_{eva|i,j}) \quad (3)$$

Where $Qin_{vertical|i,j}$ is the net volume of water supply into the lake for one month due to precipitation and evaporation. The $q_{pre|i,j}$ variable is estimated using meteorological data, and $q_{eva|i,j}$ is estimated using an energy balance by using methodological data in from of the energy radiation.

$$Qout_{mea|i,j} = Qin_{vertical|i,j} + Qin_{mea|i,j} + Qin_{unmea|i,j} - Qout_{unmea|i,j} - \Delta V_{i,j} \quad (4)$$

There are two challenges displayed in Eq. 3. The volume change of water in the lake is rarely measured in Denmark and, thus, in praxis is unknown, the following linear reservoir model for the right-hand side of Eq. 4 is defined:

$$Qout_{mea|m} = \sum_0^l [F_t \cdot (Qin_{mea|m-t} + Qin_{unmea|m-t} + Qin_{vertical|m-t})] - Qout_{unmea|m}(5)$$

Where t is an index that counts time steps as months, and m is an index counting time steps from $i=$ and $j=1$ as

$$m = 12 \cdot (i - 1) + j \quad (6)$$

and the linear reservoir weighting factor F_t is defined as the fraction of the inflow at month m that sequentially will contribute to the outflow the same month ($t=0$), the next month ($t=1$), the month after next month ($t=2$), etc. The index l is the number of months that are considered to have additional outflow because of an inflow at month m . Thus, the F_t factor will sum up to

$$\sum_0^l F_z = 1 \quad (7)$$

The linear reservoir model is derived based on a box model having continued input of a mass unit during a time unit, and where the output from the box is proportional to what is still left in the box, see Figure 1.

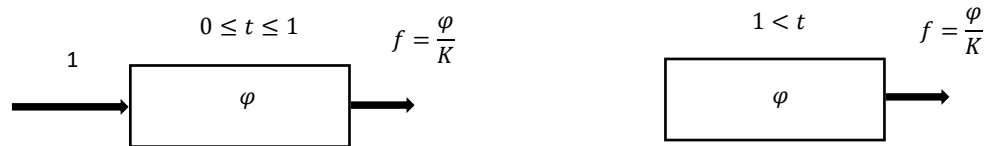


Figure 1. A linear reservoir model. To the left, the mass unit is introduced into the box continuously during a time unit. On the right, the condition for $t>1$ is shown, where the mass is released from the box proportionally to the remaining mass. Parameter K is a reservoir constant that controls the release rate and, thus, the time scale of the response for the reservoir.

$$\frac{d\phi}{dt} = 1 - \frac{\phi}{K}, \quad \text{for } 0 \leq t \leq 1 \quad (7)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{\varphi}{K}, \text{ for } 1 < t \quad (8)$$

The initial condition for Eq 6 is $\varphi = 0$ for $t=0$, and the solution of Eq. 6, 7 is:

$$\varphi = K \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{K}}\right), \text{ for } 0 \leq t \leq 1 \quad (9)$$

$$\varphi = \varphi_{t=1} \cdot e^{-\frac{t-1}{K}}, \text{ for } 1 < t \quad (10)$$

The flux of mass out of the box (f) can now be calculated using the relationship $f = \frac{\varphi}{K}$ as

$$f = \left(1 - e^{-\frac{t}{K}}\right), \text{ for } 0 \leq t \leq 1 \quad (11)$$

$$f = \frac{\varphi_{t=1}}{K} \cdot e^{-\frac{t-1}{K}}, \text{ for } 1 < t \quad (12)$$

The mass leaving the box during the initial time unit ($0 \leq t \leq 1$) can be calculated using Eq 11 as

$$F_0 = \int_0^1 f dt = 1 + K \cdot \left(e^{-\frac{1}{K}} - 1\right) \quad (13)$$

The mass that leaves the box after the initial time unit during the period from t to $t+1$ can be derived using Eq 12 and 11 for $t > 1$ as

$$F_t = \int_t^{t+1} f d\omega = K \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{K}}\right) \left(e^{-\frac{t-1}{K}} - e^{-\frac{t}{K}}\right) \quad (14)$$

Where F_t is the fraction of the inflow at step $m-t$ that is contributing to the outlet at step m . The principle is shown in Figure 2 for $l=10$ and two K values (0.5 and 2). Thus, if a lake is estimated to have $K=0.5$, then the major part of inflowing water will also result in an increased outflow in the same month, however, a fraction of 0.38 will lead to an increase the month after, and a small fraction will lead to increased outflow two months after. For $K=2$, the delay of the of the response to an input is strong, and Figure 2 shows that the increase in I outflow is largest the month following the month when inflow took place. Thus, the K parameter characterizes the hydraulic property of the lake, where a lake having a large inflow of water and a small surface area will tend to have small values of K , while larger lakes having larger surface limited inflow will tend to have larger K values. The physical property of the outlet will also play a role, where a wide outlet will tend to keep the lake volume constant and therefore result in a small value of K in contrast to a narrower outlet.

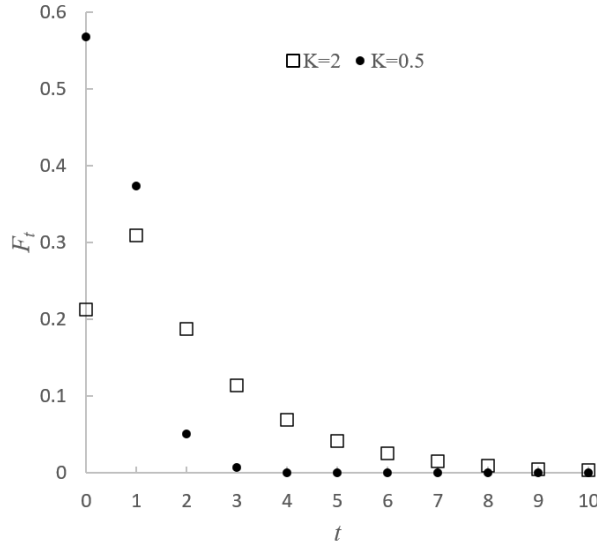


Figure 2. Numerical example for $l=10$ and the K values 0.5 and 2.

The unmeasured part of the water volume needs to be estimated in Eq. 5, and for this purpose the following linear model is used:

$$Qin_{unmea|m} = \alpha_n \cdot Qin_{mea|m} + \beta 1_i \cdot \gamma_j \quad (15)$$

Where α_n is the slope between the measured and unmeasured flow for the n^{th} combination of measuring station location. In some cases, the locations of the water flow stations are changed and a slope needs to be estimated for each new location in order to take into account that this may influence the fraction of unmeasured water. The parameter $\beta 1_i$ estimates a yearly water volume entering the lake during the year i without having any relation to $Qin_{mea|m}$. This could be ground water surplus to the lake through the bottom or from aquifers adjacent to the lake perimeter. The parameter γ_j describes the seasonal distribution of this surplus water volume due to seasonality of the ground water table. Thus, the following constrain applies to γ_j :

$$\sum_{j=1}^{12} \gamma_j = 1 \quad (16)$$

The unmeasured outflow of water is assumed to be seepage through the lake bottom, as lakes rarely have more than one outlet at the surface. This seepage is assumed to be constant during the year, but may differ between years. The argument is that the seepage will tend to be rather constant due to the relatively fixed water table in the lake, however, during a longer period of several years it may change. So, the unmeasured outflow is estimated as a constant each year:

$$Qout_{unmea|m} \approx \beta 2_i, \beta 2_i \geq 0 \quad (17)$$

The sign $\beta 2_i$ is restricted to conditions where unmeasured water is leaving the lake. Eqs. 5, 15 and 17 are combined in the statistical model for the measured outflow as:

$$Qout_{mea|m} \approx \sum_0^l \left[F_t \cdot \left((1 + \alpha_n) \cdot Qin_{mea|m} + \beta 1_i \cdot \gamma_j \right) \right] - \beta 2_i, \beta 1_i, \beta 2_i \geq 0 \wedge [\beta 1_i > 0 \rightarrow \beta 2_i = 0] \quad (18)$$

Where the linear reservoir factor F_t is estimated using Eq 13 and 14. Eq. 18 is used in a Maximum Likelihood estimate of the parameters. However, for practical fitting there is a challenge using Eq. 18

without including the constraints for $\beta 1_i$ and $\beta 2_i$. This is because the value of respectively $\beta 1_i$ and $\beta 2_i$ can compensate for each other such that an increase in the $\beta 1_i$ value can be compensated by a similar decrease in the $\beta 2_i$ value. The interpretation of this phenomenon is that if constant unmeasured water flow into and out of the lake exist simultaneously, then this is hidden for the mass balance governing the model.

The model assumes that the month having the least measured inflow of water is the month where the contribution from the surface-near water flow is negligible as an inflow contributor, this month is denoted the reference month for the specific year. Thus, every year has a reference month that may be different from year to year, denoted $jref_i$. The measured baseflow as a fraction of the inflow for each month is estimated based on the reference month:

$$Qin_{meabase}|_{i,j} \approx Qin_{mea}|_{jref_i} \quad (19)$$

The measured surface-near water flow is now predicted as:

$$Qin_{measurface}|_{i,j} \approx Qin_{mea}|_{i,j} - Qin_{meabase}|_{i,j} \quad (20)$$

The unmeasured base-flow entering the lake is predicted as:

$$Qin_{unmeabase}|_{j,i} \approx \alpha_n \cdot Qin_{meabase}|_{i,j} + \beta 1_i \cdot \gamma_j \quad (21)$$

In Eq. 21, it is assumed that the volume of water entering the lake independently of the measured inlet volume is a baseflow. The argument is that unmeasured surface-near inflow correlates close to the variation in measured inflow because the surface-near water tends to induce large variations in the inflowing water volume, being a short term respond to rainfall that often takes place in the entire large catchment and, thus, is effective also on unmeasured areas. The unmeasured surface-near flow entering the lake is thus predicted as:

$$Qin_{unmeasurface}|_{j,i} \approx \alpha_n \cdot Qin_{measurface}|_{i,j} \quad (22)$$

The total baseflow entering the lake can now be predicted as

$$Qin_{base}|_{j,i} \approx Qin_{meabase}|_{i,j} + Qin_{unmeabase}|_{j,i} \quad (23)$$

The total flow of water from surface-near sources is predicted as

$$Qin_{surface}|_{j,i} \approx (1 + \alpha_n) \cdot Qin_{measurface}|_{i,j} \quad (24)$$

Eq. 15 assumes that the fraction of baseflow in unmeasured inflow is similar to the fraction of base flow in the measured inflow. The total waterflow out of the lake is predicted as

$$Qout|_{j,i} = Qout_{unmea}|_{i,j} + Qout_{mea}|_{i,j} \quad (25)$$

N and P model

The load of N and P is divided in two categories: a measured part and an unmeasured part. The measured part is predicted as the measured concentration level in the measured water in the inflow, and the unmeasured part is predicted using a model as described in the following. A mass balance is established for the measured transport of N and P that divides the total measured load into three transport routes: (1) $Qin_{measurface}|_{i,j}$; (2) $Qin_{meabase}|_{i,j}$; (3) N and P entering from point sources in the measured part of the lake watershed ($P_{effmea}|_{i,j}$) as

$$Load_{i,j} \approx Cin_{tot,mea}|_{i,j} \cdot Qin_{mea}|_{i,j} + Cin_{unmeabase}|_{i,j} \cdot Qin_{unmeabase}|_{i,j} + Cin_{unmeasurf}|_{i,j} \cdot Qin_{unmeasurf}|_{i,j} + P_{unmea}|_{i,j} \quad (26)$$

The unmeasured concentrations are assumed equal to the measured concentration for the base flow and surface-near flow, respectively:

$$Cin_{unmeabase}|_{i,j} \approx Cin_{meabase}|_{i,j} , \quad Cin_{unmeasurf}|_{i,j} \approx Cin_{measurf}|_{i,j} \quad (27)$$

Where $Cin_{meabase}|_{i,j}$ is the base-flow concentration in the measured inlets and $Cin_{measurf}|_{i,j}$ is the surface-near concentration in the measured inlet water. The measured concentration will obviously only be a total bulk concentration of the mixed inlet water between base-flow and surface-near water. Hence, the base-flow and surface-near flow components need to be estimated in the total inlet concentration of the mixed water.

The total mass balance provides:

$$Cin_{tot,mea}|_{i,j} \cdot Qin_{mea}|_{i,j} = Cin_{mea,base}|_{i,j} \cdot Qin_{mea,base}|_{i,j} + Cin_{mea,surf}|_{i,j} \cdot Qin_{mea,surf}|_{i,j} + P_{effmea}|_{i,j} \quad (28)$$

where $Cin_{tot,mea}|_{i,j}$ is the total bulk concentration measured in the inlet to the lake in the same water volume that was measured as $Qin_{mea}|_{i,j}$, the concentration in respectively base-flow and surface-near flow is $Cin_{mea,base}|_{i,j}$ and $Cin_{mea,surf}|_{i,j}$. The effective contribution from point sources in the inlet is added as $P_{effmea}|_{i,j}$ and defined as the contribution from point sources that have discharged to the measured inlet.

It is not possible to measure the concentration levels separately in the baseflow and in the surface-near flow, as the water is mixed up in the streams. However, these concentration levels can be predicted using parameters estimated by a statistical model as follows, where Eq 29 is rearranged to form:

$$Cin_{tot,mea}|_{i,j} = Cin_{mea,base}|_{i,j} \cdot \frac{Qin_{meabase}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} + Cin_{measurf}|_{i,j} \cdot \frac{Qin_{measurf}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} + \frac{P_{effmea}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} \quad (29)$$

And this equation can be rewritten as

$$Cin_{totmea}|_{i,j} = Cin_{meabase}|_{i,j} \cdot (1 - X_{i,j}) + Cin_{measurf}|_{i,j} \cdot X_{i,j} + \frac{P_{effmea}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} \quad \text{where } X_{i,j} = \frac{Q_{mea,surf}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} \quad (30)$$

And further rewritten to the form:

$$Cin_{totmea}|_{i,j} = Cin_{meabase}|_{i,j} + (Cin_{measurf}|_{i,j} - Cin_{meabase}|_{i,j}) \cdot X_{i,j} + \frac{P_{effmea}|_{i,j}}{Qin_{mea}|_{i,j}} \quad (31)$$

The quantification of effective point sources' contribution to the load by measured inlet water will typically be uncertain, both due to the quantification of the point source strength, where the discharge takes place, and the retention from the position of the point sources' discharge to the point of measurement at the lake inlet. Thus, a parameter ρ is defined as an effective point source factor as

$$P_{effmea}|_{i,j} = \rho \cdot P_{mea}|_{i,j} \quad (32)$$

Under the condition that the local point source strength is known the Eq. 15 has the following form, where the depended variable is:

$$Y_{i,j} = \theta_0 + \theta_1 \cdot t + (\gamma_1 i + \gamma_2 j) \cdot X_{i,j} + \rho \cdot \frac{P_{mea|i,j}}{Q_{in_{mea|i,j}}} \quad (33)$$

Where t is time since the first measurement, and ρ is the measured impact form point sources. Comparing Eq. 31 and 33, it is seen that the measured baseflow concentration can be predicted as

$$C_{in_{meabase|i,j}} \approx \theta_0 + \theta_1 \cdot t \quad (34)$$

And the measured surface-near fraction can be predicted as

$$C_{in_{measurf|i,j}} \approx C_{in_{meabase|i,j}} + \gamma_1 i + \gamma_2 j \quad (35)$$

Consequently, the base-flow concentration is assumed to change gradually with time as a linear and second order relation. The argument is that the base-flow concentration is related to ground water that typically takes several years to form and, thus, is attributed to a sluggish change during time. The surface-near concentration is more dynamic, both in relation to the season and from one year to another year.

As seen in Eq. 31, the point sources are included as part of the dependent variable Y . The contribution from these point sources is not directly measurable and must therefore be estimated as a contribution upstream in the catchment to a given measuring station.

The predicted concentration levels from Eq. 25 and 26 are latent in the way that they are not measurable quantities that can be validated. Thus, the predictions from Eq. 25 and 26 may be adjusted or replaced using expert judgement, if the values seem unrealistic and local knowledge about proper value intervals exists.

Load prediction

The predicted water volumes and concentration levels are multiplied to predict the mass load in and out the lake:

$$Load_{in|i,j} \approx C_{in_{tot,mea|i,j}} \cdot Q_{in_{mea|i,j}} + C_{in_{meabase|i,j}} \cdot Q_{in_{unmeabase|j,i}} + C_{in_{measurf|i,j}} \cdot Q_{in_{unmeasurf|j,i}} + \rho \cdot P_{unmea|i,j} + At|i,j \quad (36)$$

Where $P_{unmea|i,j}$ is the contribution from unmeasured point sources and $At|i,j$ is the atmospheric deposition on the lake surface. The load out of the lake is estimated as

$$Load_{out|i,j} \approx C_{out_{mea|i,j}} \cdot Q_{out|j,i} \quad (37)$$

Where $C_{out_{mea|i,j}}$ is the measured concentration in the outlet.

Results

Case study Bryrup Langsø

The Danish Lake Bryrup Langsø was selected as an illustrative case. The lake is a small to middle sized shallow lake covering an area of 37 ha and with a mean depth of 4.6 m. The inlet measuring stations are located along the major inlet, but the station was relocated between 1995 and 1996, so the fraction of measured water may have changed as a consequence. Hence, the model concept introduced in this paper distinguishes between these two inlet stations ($n=2$). Three smaller untagged streams enter the lake, as seen in Figure 1, so this indicates that the model should identify a fraction unmeasured water flow into the lake.

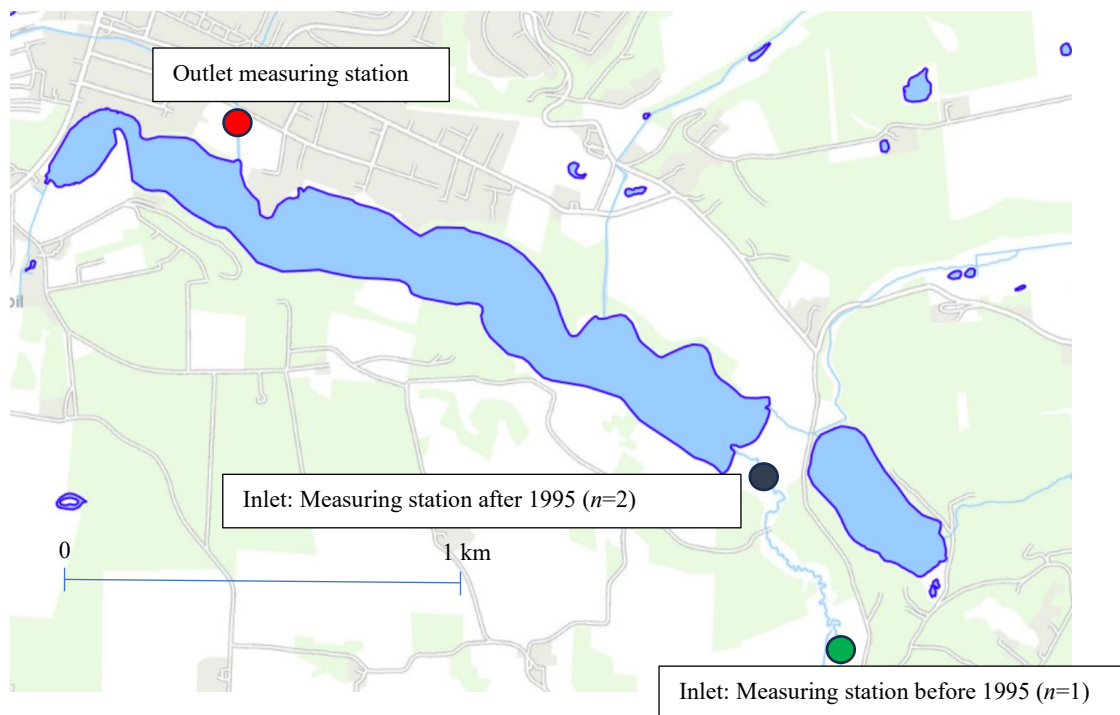


Figure 1. The overview of Bryrup Langsø case study. The lake is shaped as a rift formed by the ice age. The inlet stations are located at the main stream entering at the eastern end, and the outlet is located at the western end.

The data are collected at the stations as a part of the Danish National Monitoring Program (NOVANA), Svendsen et al., 2005a and 2005b, and the data in the case study are obtained from this program. The water flow is predicted using local calibrated correlations between water flow and depth. This results in continuous water flow prediction that is integrated to predict the water volume passing the cross section during one month. The total concentrations of N and P have been measured during the years, typically one or two bulk water samples per month. The measured concentration levels have been linearly interpolated, and the mean value is multiplied with the paired water volume to predict the actual mass of transported matter for one month. Monthly data was collected in the period 1990-2020, as listed in Table A1, see appendix.

Water model

The coefficients in the linear model of the water balance model (Eq. 4) are estimated in Table 1.

coefficient	Estimate	unit	coefficient	Estimate	unit	coefficient	Estimate	unit
β_{1_1}	900000	m ³	$\beta_{1_{28}}$	1700000	m ³	$\beta_{1_{23}}$	0	m ³ /month
β_{1_2}	1040000	m ³	$\beta_{1_{29}}$	1600000	m ³	$\beta_{1_{24}}$	0	m ³ /month
β_{1_3}	900000	m ³	$\beta_{1_{30}}$	2120000	m ³	$\beta_{1_{25}}$	0	m ³ /month
β_{1_4}	860000	m ³	$\beta_{1_{31}}$	2440000	m ³	$\beta_{1_{26}}$	0	m ³ /month
β_{1_5}	1660000	m ³	$\beta_{1_{32}}$	1720000	m ³	$\beta_{1_{27}}$	0	m ³ /month
β_{1_6}	3660000	m ³	β_{2_1}	0	m ³ /month	$\beta_{1_{28}}$	0	m ³ /month
β_{1_7}	920000	m ³	β_{2_2}	0	m ³ /month	$\beta_{1_{29}}$	0	m ³ /month
β_{1_8}	560000	m ³	β_{2_3}	0	m ³ /month	$\beta_{1_{30}}$	0	m ³ /month
β_{1_9}	1180000	m ³	β_{2_4}	0	m ³ /month	$\beta_{1_{31}}$	0	m ³ /month
$\beta_{1_{10}}$	720000	m ³	β_{2_5}	0	m ³ /month	$\beta_{1_{32}}$	0	m ³ /month
$\beta_{1_{11}}$	1620000	m ³	β_{2_6}	0	m ³ /month	γ_1	0.073	1/month
$\beta_{1_{12}}$	480000	m ³	β_{2_7}	0	m ³ /month	γ_2	0.098	1/month
$\beta_{1_{13}}$	1360000	m ³	β_{2_8}	0	m ³ /month	γ_3	0.134	1/month
$\beta_{1_{14}}$	1280000	m ³	β_{2_9}	0	m ³ /month	γ_4	0.110	1/month

$\beta_{1_{15}}$	1360000	m ³	$\beta_{2_{10}}$	0	m ³ /month	γ_5	0.110	1/month
$\beta_{1_{16}}$	1700000	m ³	$\beta_{2_{11}}$	0	m ³ /month	γ_6	0.098	1/month
$\beta_{1_{17}}$	980000	m ³	$\beta_{2_{12}}$	0	m ³ /month	γ_7	0.073	1/month
$\beta_{1_{18}}$	540000	m ³	$\beta_{2_{13}}$	0	m ³ /month	γ_8	0.073	1/month
$\beta_{1_{19}}$	920000	m ³	$\beta_{2_{14}}$	0	m ³ /month	γ_9	0.061	1/month
$\beta_{1_{20}}$	620000	m ³	$\beta_{2_{15}}$	0	m ³ /month	γ_{10}	0.049	1/month
$\beta_{1_{21}}$	100000	m ³	$\beta_{2_{16}}$	0	m ³ /month	γ_{11}	0.061	1/month
$\beta_{1_{22}}$	760000	m ³	$\beta_{2_{17}}$	0	m ³ /month	γ_{12}	0.061	1/month
$\beta_{1_{23}}$	1060000	m ³	$\beta_{2_{18}}$	0	m ³ /month	α_1	0.20	-
$\beta_{1_{24}}$	1280000	m ³	$\beta_{2_{19}}$	0	m ³ /month	α_2	0.21	-
$\beta_{1_{25}}$	880000	m ³	$\beta_{2_{20}}$	0	m ³ /month	K :	0.01	-
$\beta_{1_{26}}$	1360000	m ³	$\beta_{1_{21}}$	0	m ³ /month			
$\beta_{1_{27}}$	1800000	m ³	$\beta_{1_{22}}$	0	m ³ /month			

Table 1. Estimated values for the coefficients of the water balance model (Eq. 4) for the lake Bryrup Langsø. $R^2=0.95$.

The β_{1_i} values are total volume of water entering the lake during one year, independent of the variation of the measured inflow. The γ_j values distribute β_{1_i} between the months. The water model interprets β_{1_i} as a base flow, so the value should have correlation to the precipitation the year before, and this is investigated for Bryrup Langsø in Table 2, where β_{1_i} is used as a response variable for the linear combination of the yearly precipitation (mm/year), respectively the same year ($Prec_i$), the former year ($Prec_{i-1}$) and the year before the former year ($Prec_{i-2}$). If the intercept is related to the base-flow into the lake, then the intercept in January should be correlated to the precipitation the year up to January (year number $i-1$) and not the year that starts in January (year number i). This is seen to be the case in Table 2, where only the precipitation the year before the intercept is seen to be significant, and the year before the former year is not significant ($Prec_{i-2}$).

Response variable: β_{1_i}				
Prediction variables	Sum square	Df	F	Pr (>F)
$Prec_i$	91 · 10 ⁶	1	0.031	0.86
$Prec_{i-1}$	17899 · 10 ⁶	1	6.147	0.02
$Prec_{i-2}$	416 · 10 ⁶	1	0.143	0.71
Residuals	75714 · 10 ⁶	26		

Table 2. ANOVA table testing the influence of different years' precipitation on the response variable β_i

The intercept variation between months (γ_i) is shown during the year in Figure 1. Bryrup Langsø is in a climatic zone having a seasonality, where the evaporation from the soil surface and vegetation is high during the summer period, such that the formation of surface-near water is limited in this part of the season. While the winter period is characterized by having much more precipitation than evaporation. Thus, the variation in Figure 1 is expected, where the baseflow to the lake is increasing during the winter period build up, having a top value in spring and followed by a decrease during the summer period.

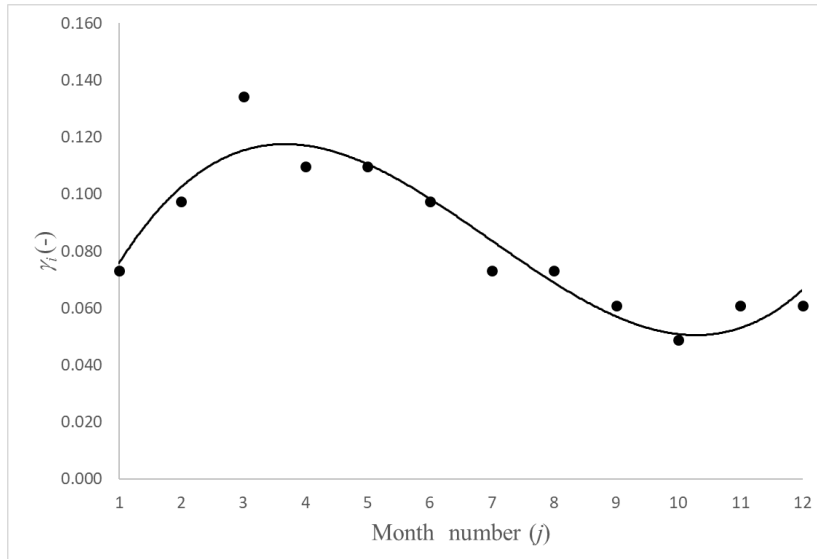


Figure 1. The variation in incept (γ_i) during the year.

The slopes (α) in Table 1 are estimated for two different gauge locations corresponding to Table A1 in appendix A, where it is seen that station location “d” is changed to “e” from year 1995 to 1996. This is because the location of the inlet station was moved, so the fraction of respectively measured and unmeasured water in the inlet may also have changed. However, the slope value of $\alpha_1 = 0.20$ is nearly similar to the value of $\alpha_2 = 0.21$, so the change of station location does not indicate a considerable change in the fraction of unmeasured water. It is also seen that the value $K=0.01$ discloses a limited hydraulic memory effect from the former month, which, again, shows a high hydraulic load of water. The water volume inflow during one month divided by lake area is typically 1-3 m, indicating a high hydraulic load level on the lake and, thus, a highly limited hydraulically memory from the former month.

The general water volume budget is disclosed in Table 3. The unmeasured outflow ($Q_{out_{unmea}|i,j}$) is zero for the entire data set, so the lake does not have net release of water at any time, however, it is impossible to identify conditions where a simultaneous inflow and out flow exist through the lake bottom. The unmeasured base-flow can either come from wells outside the lake or form wells directly flowing into the lake from the lake bottom.

Station location (n)	Mean monthly volume inflowing water (1000 m ³ /month)			
	Reservoir type	Measured	Unmeasured	Total
1	Base flow	200	129	330
	Surface-near flow	291	58	350
	Total	492	188	679
2	Base flow	214	152	366
	Surface-near flow	225	47	273
	Total	439	199	638

Table 3. The mean monthly inflow exclusive $Q_{in_{vertical}|i,j}$ is divided into respectively base-flow and surface-near flow and measured and unmeasured volumes. The inlet measuring station was relocated at the end of 1995, so $n=1$ covers the measurement before 1996 (1990-1995), and $n=2$ includes the measurements from year 1996 (1996-2021).

N Model

The N concentration in the inlet is analyzed using equations 24-26. The coefficient table for Eq. 23 is shown in Table 3. The point source factor ρ was estimated to be negative and non-significantly

different from zero. Thus, the model could not detect any influence to the inlet due to point sources. In Denmark, the point sources for N are typically small compared to the leaching from soil, so a non-significant contribution from point sources is not surprising. This coincides with the comparison between the point source strength in Table A1 for measured catchment that has a level in the interval 50-100 kg/month, with the load from measured water in Figure 5, where the levels are much higher, at 1500-12000 kg/month.

coefficient	Estimate	unit	coefficient	Estimate	unit	coefficient	Estimate	unit
γ_{1_1}	0	mg/l	$\gamma_{1_{17}}$	-1.51	mg/l	γ_{2_1}	1.24	mg/l
γ_{1_2}	0.15	mg/l	$\gamma_{1_{18}}$	-2.05	mg/l	γ_{2_2}	1.00	mg/l
γ_{1_3}	3.21	mg/l	$\gamma_{1_{19}}$	-2.25	mg/l	γ_{2_3}	0.29	mg/l
γ_{1_4}	0.95	mg/l	$\gamma_{1_{20}}$	-0.88	mg/l	γ_{2_4}	-0.12	mg/l
γ_{1_5}	-0.59	mg/l	$\gamma_{1_{21}}$	-1.21	mg/l	γ_{2_5}	-0.39	mg/l
γ_{1_6}	-0.66	mg/l	$\gamma_{1_{22}}$	-2.44	mg/l	γ_{2_6}	-1.47	mg/l
γ_{1_7}	2.79	mg/l	$\gamma_{1_{23}}$	-2.17	mg/l	γ_{2_7}	-1.54	mg/l
γ_{1_8}	1.82	mg/l	$\gamma_{1_{24}}$	-1.81	mg/l	γ_{2_8}	-1.56	mg/l
γ_{1_9}	2.33	mg/l	$\gamma_{1_{25}}$	-2.68	mg/l	γ_{2_9}	-0.91	mg/l
$\gamma_{1_{10}}$	0.07	mg/l	$\gamma_{1_{26}}$	-2.02	mg/l	$\gamma_{2_{10}}$	0.05	mg/l
$\gamma_{1_{11}}$	-0.81	mg/l	$\gamma_{1_{27}}$	-2.12	mg/l	$\gamma_{2_{11}}$	1.37	mg/l
$\gamma_{1_{12}}$	-0.52	mg/l	$\gamma_{1_{28}}$	-1.26	mg/l	$\gamma_{2_{12}}$	1.36	mg/l
$\gamma_{1_{13}}$	-1.30	mg/l	$\gamma_{1_{29}}$	-0.92	mg/l	θ_0	8.61	mg/l
$\gamma_{1_{14}}$	0.76	mg/l	$\gamma_{1_{30}}$	0.18	mg/l	θ_1	-0.0050	mg/(l-t)
$\gamma_{1_{15}}$	-0.13	mg/l	$\gamma_{1_{31}}$	-2.02	mg/l	ρ	0	-
$\gamma_{1_{16}}$	-1.10	mg/l	$\gamma_{1_{32}}$	0.66	mg/l			

Table 4. Estimated parameters for Eq. (24), $R^2=0.70$.

The time series of predicted concentrations is shown in Figure 2 together with the measured values subtracted point source estimates. Some extreme values, especially some higher levels, seem poorly described by the model.

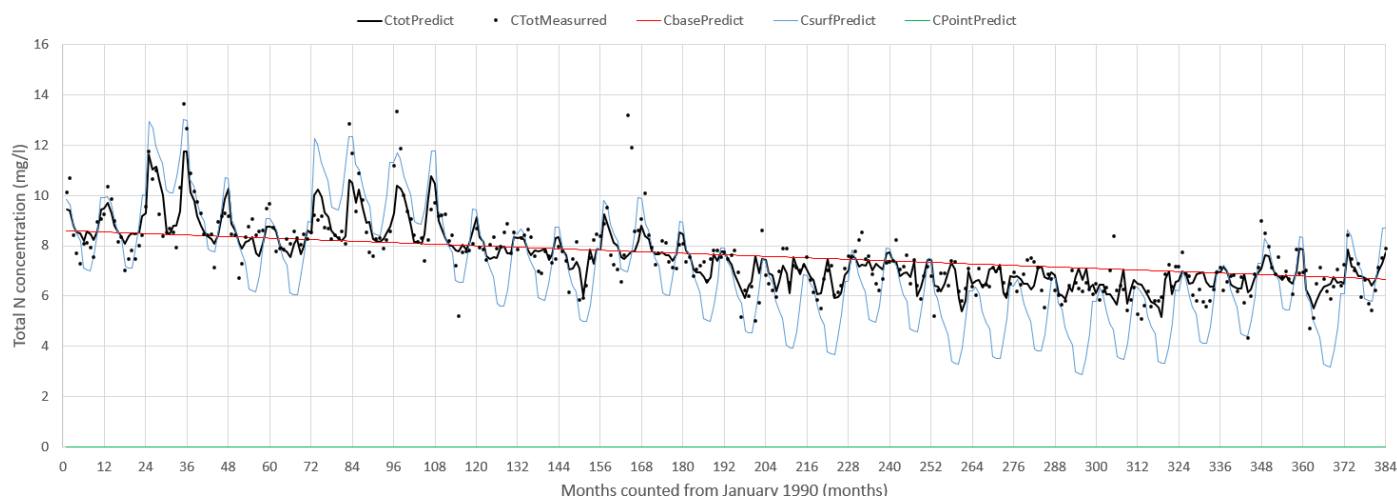


Figure 2. A time series of predicted (solid black curve) and measured inlet concentrations (circles) for N. The predicted surface water concentration is shown as a blue line, and the base-flow concentration as a red line.

The values from Table 3 are used in Eq. 25 and 26 to predicts respectively $Cin_{meabase}|_{i,j}$ and $Cin_{measurf}|_{i,j}$. The seasonal relation is shown in Figure 2 for 1990. $Cin_{meabase}|_{i,j}$ does not change much during one single year, so the dashed curve of $Cin_{meabase}|_{i,j}$ is nearly constant in Figure 2. The N concentration for $Cin_{measurf}|_{i,j}$ is likely to show variations during the year due to the effects of the growing season, having increased plant uptake in the spring and summer season leading to a drop in the $Cin_{measurf}|_{i,j}$ value.

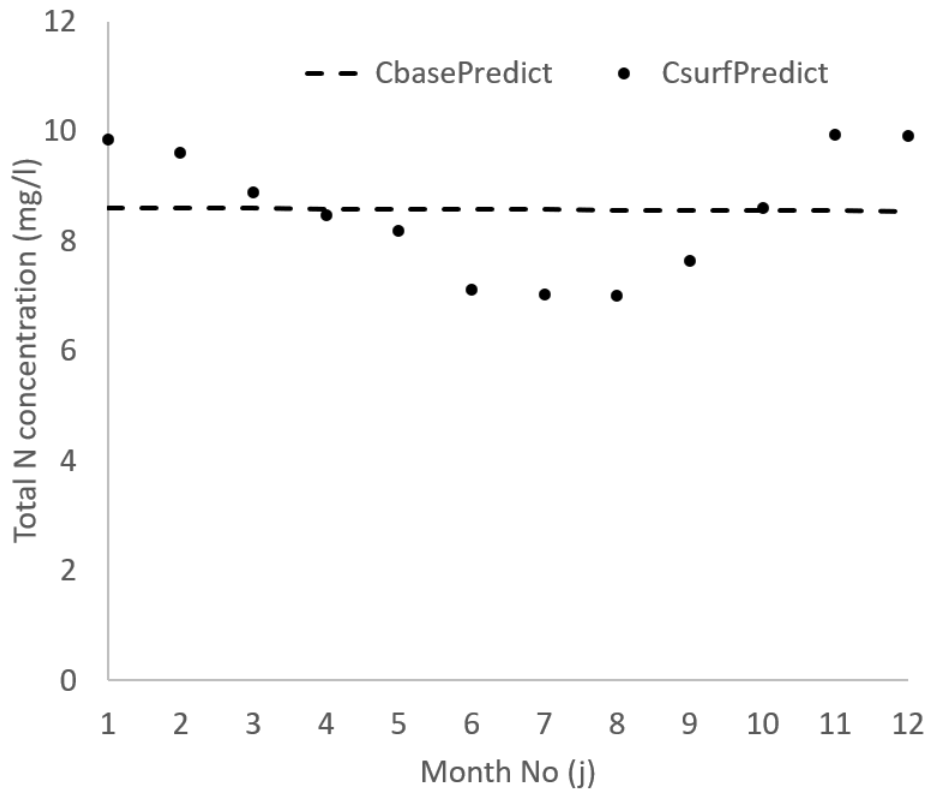


Figure 3. The variation of predicted concentration values during 1990, where CbasePredict is the predicted base water concentration, and CsurfPredict is the predicted surface-near water concentration.

The long-term variation in concentration levels is shown in Figure 3 for the winter flow concentration (January, $j=1$). The base-flow concentration shows a weak decrease during the period, while the surface-near concentration primarily shows a rapid decrease in the period 2000-2005 from a relatively high concentration level to a lower level.

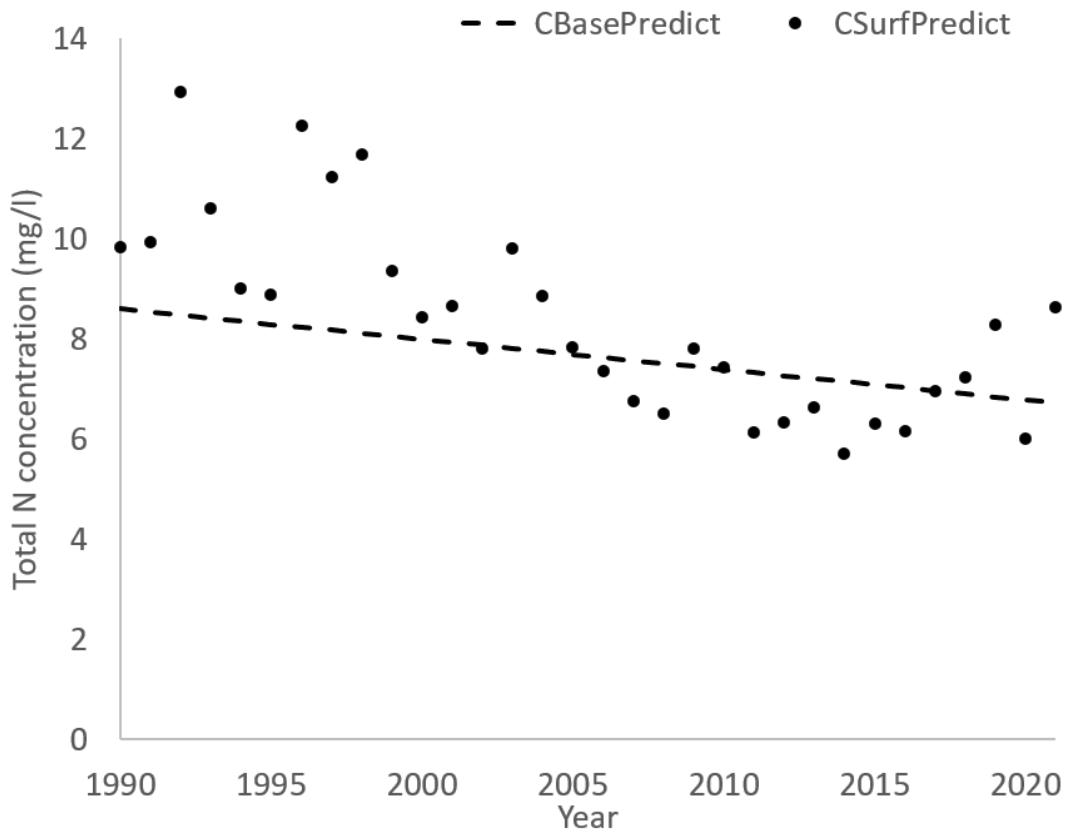


Figure 4. Long-term time trend of the N concentration (January every year), where CbasePredict is the predicted base water concentration and CsurfPredict is the predicted surface-near water concentration.

The purpose of the statistical model is primarily to predict the diffuse source load of N due to unmeasured fractions of water bodies, however, the application of the model can be evaluated by considering the capability of the model to predict the load for the measured fraction of the water bodies. Such an evaluation is shown in Figure 5.

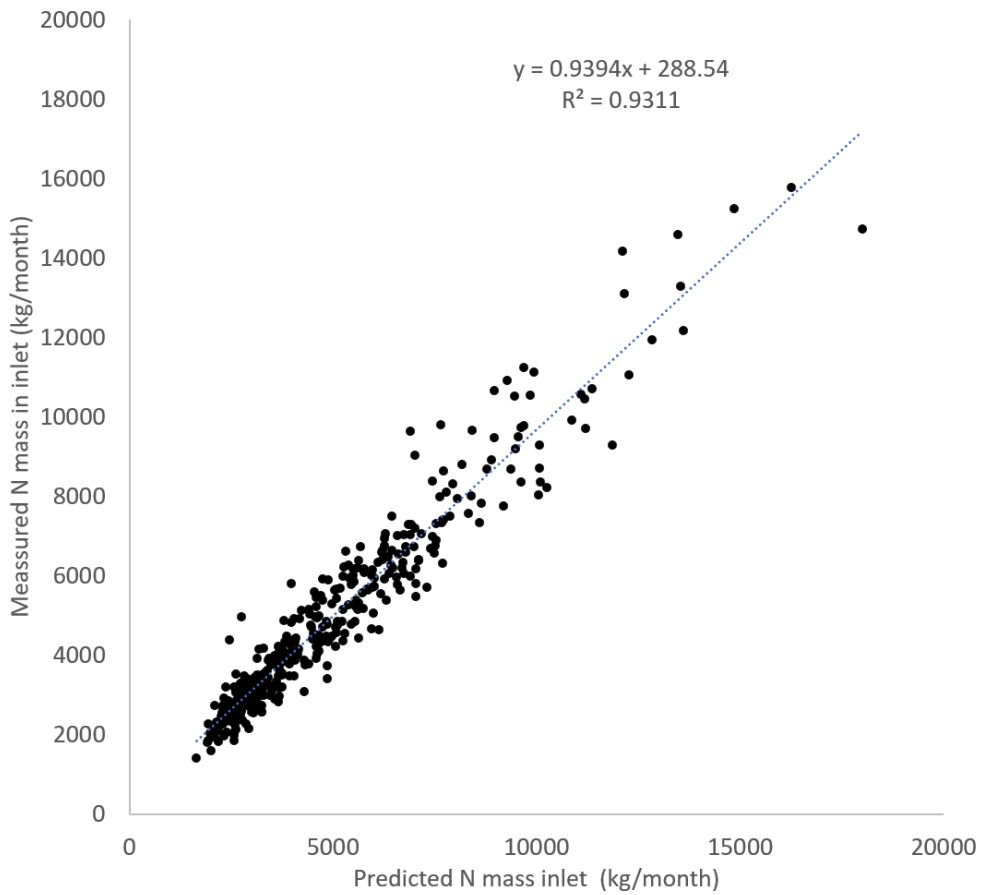


Figure 5. Comparing the predicted diffuse load of N with the measured diffuse load.

The total load in and out of the lake is shown in Figure 5. The final result for N is the predicted input and output of N for Bryrup Langsø, as shown in Figure 6, where the measured load is added to the predicted unmeasured load for each month in the time series. The inlet load is seen to be substantially larger than the outlet, disclosing a retention of N in the lake as expected. On average, the lake is removes 2500 kg N from the fresh water ecosystem every month.

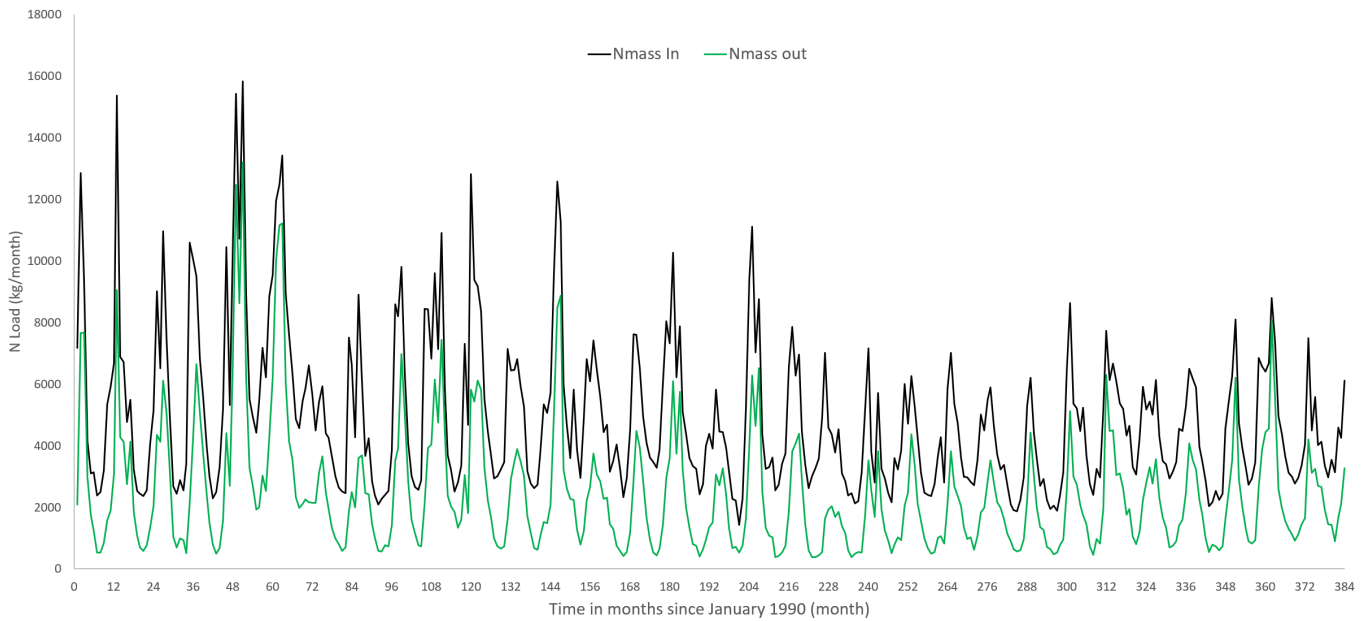


Figure 6. The total predicted load of N in and out of the Bryrup Langsø.

P Model

The P concentration in the inlet is analyzed using the equations 24-26. The coefficient table for Eq. 24 is shown in Table 5. The point source factor in Table 5 is estimated to be 0.1056, which indicates some influence due to point sources.

coefficient	Estimate	unit	coefficient	Estimate	unit	coefficient	Estimate	unit
γ_{1_1}	0	mg/l	$\gamma_{1_{17}}$	0.004	mg/l	γ_{2_1}	0.081	mg/l
γ_{1_2}	-0.039	mg/l	$\gamma_{1_{18}}$	-0.016	mg/l	γ_{2_2}	0.078	mg/l
γ_{1_3}	-0.024	mg/l	$\gamma_{1_{19}}$	-0.065	mg/l	γ_{2_3}	0.068	mg/l
γ_{1_4}	-0.021	mg/l	$\gamma_{1_{20}}$	-0.072	mg/l	γ_{2_4}	0.040	mg/l
γ_{1_5}	-0.044	mg/l	$\gamma_{1_{21}}$	-0.039	mg/l	γ_{2_5}	0.054	mg/l
γ_{1_6}	-0.093	mg/l	$\gamma_{1_{22}}$	-0.035	mg/l	γ_{2_6}	0.085	mg/l
γ_{1_7}	-0.023	mg/l	$\gamma_{1_{23}}$	-0.068	mg/l	γ_{2_7}	0.103	mg/l
γ_{1_8}	-0.095	mg/l	$\gamma_{1_{24}}$	-0.080	mg/l	γ_{2_8}	0.130	mg/l
γ_{1_9}	-0.007	mg/l	$\gamma_{1_{25}}$	-0.069	mg/l	γ_{2_9}	0.109	mg/l
$\gamma_{1_{10}}$	-0.053	mg/l	$\gamma_{1_{26}}$	-0.049	mg/l	$\gamma_{2_{10}}$	0.099	mg/l
$\gamma_{1_{11}}$	-0.074	mg/l	$\gamma_{1_{27}}$	-0.064	mg/l	$\gamma_{2_{11}}$	0.080	mg/l
$\gamma_{1_{12}}$	-0.003	mg/l	$\gamma_{1_{28}}$	-0.065	mg/l	$\gamma_{2_{12}}$	0.074	mg/l
$\gamma_{1_{13}}$	-0.060	mg/l	$\gamma_{1_{29}}$	-0.079	mg/l	θ_0	0.09647	mg/l
$\gamma_{1_{14}}$	-0.088	mg/l	$\gamma_{1_{30}}$	-0.058	mg/l	θ_1	-0.00011	mg/(l-t)
$\gamma_{1_{15}}$	-0.042	mg/l	$\gamma_{1_{31}}$	-0.037	mg/l	ρ	0.016	-
$\gamma_{1_{16}}$	-0.049	mg/l	$\gamma_{1_{32}}$	-0.068				

Table 5. Estimated parameters for Eq. (23), $R^2=0.49$.

The time series of predicted concentration is shown in Figure 7 together with the measured values subtracted point source estimates. Some extreme values, especially some higher levels, seem poorly described by the model.

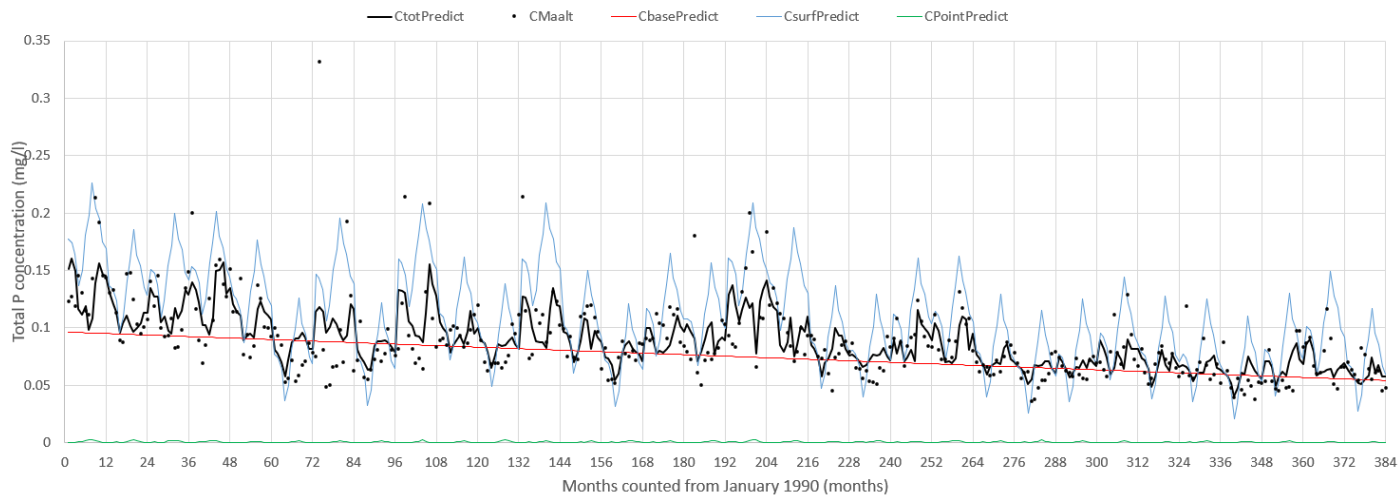


Figure 7. A time series of predicted (solid black curve) and measured inlet concentrations (circles) of P. The predicted surface water concentration is shown as a blue line and the base-flow concentration as a red line.

The values from Table 5 are used in Eqs. 24 and 25 to predicts respectively $Cin_{meabase}|_{i,j}$ and $Cin_{measurf}|_{i,j}$. The seasonal relation is shown in Figure 2 for 1990. $Cin_{meabase}|_{i,j}$ does not change much during one single year, so the dashed curve of $Cin_{meabase}|_{i,j}$ is nearly constant in Figure 2. The P concentration for $Cin_{measurf}|_{i,j}$ is not likely to show variations during the year, as the N concentration in Figure 3 indicates another fate and transport mechanism for P compared to N, where P is more likely to be governed by adsorption kinetic and not so much by plant uptake as N.

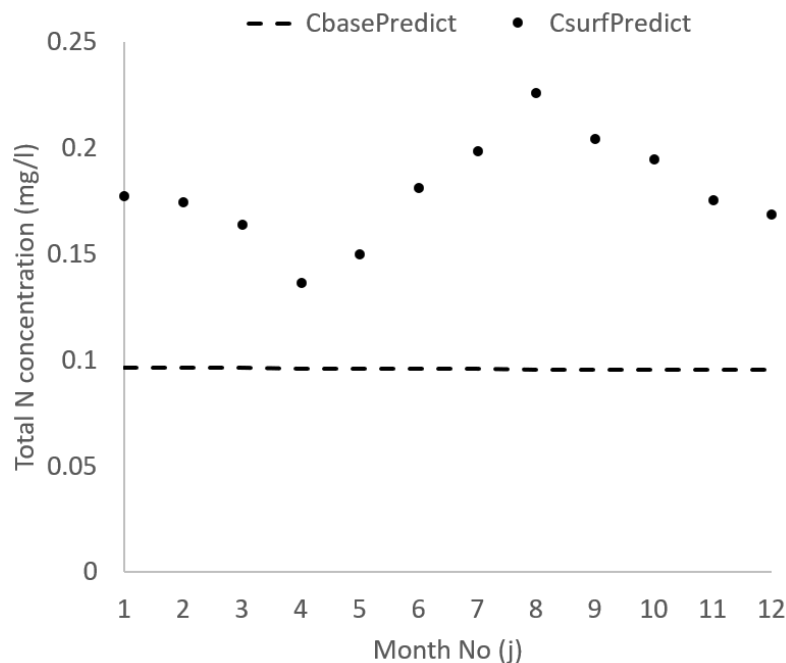


Figure 8. The variation of predicted concentration values during year 1990, where CbasePredict is the predicted base water concentration and CsurfPredict is the predicted surface-near water concentration.

The long-term variation in concentration levels is shown for P in Figure 9 for the winter flow concentration (January, $j=1$). The surface concentration of P is more likely to show a continuous drop during the entire period compared to the similar graph for N (Figure 4).

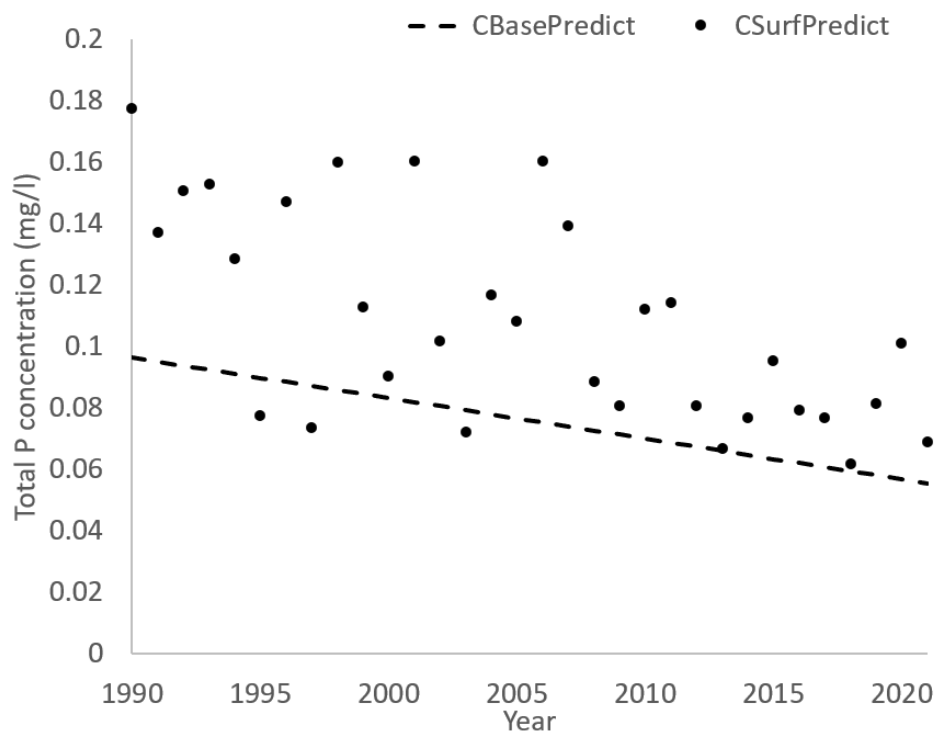


Figure 9. Long-term time trend of the N concentration (January), where CbasePredict is the predicted base water concentration and CsurfPredict is the predicted surface-near water concentration.

The load of P from the measured part of the lake catchment is compared with the measured load in Figure 10.

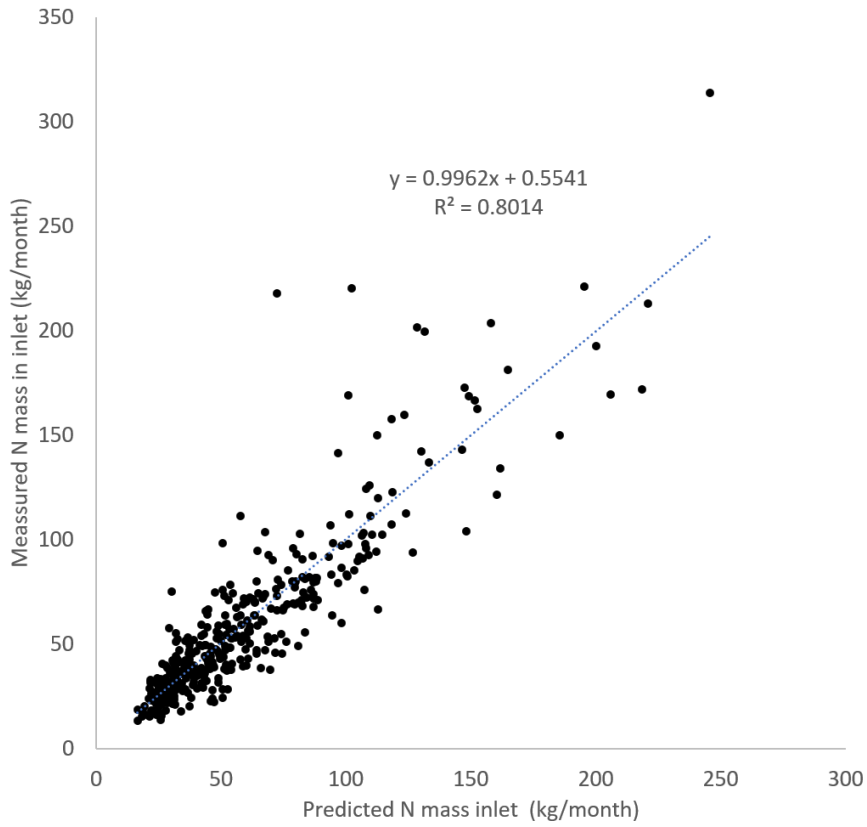


Figure 10. Comparison of the predicted load of P with the measured diffuse load.

The total load in an out of the lake is shown in Figure 11. The retention of P in the lake is not so pronounced as for N. The average retention is 14 kg/month.

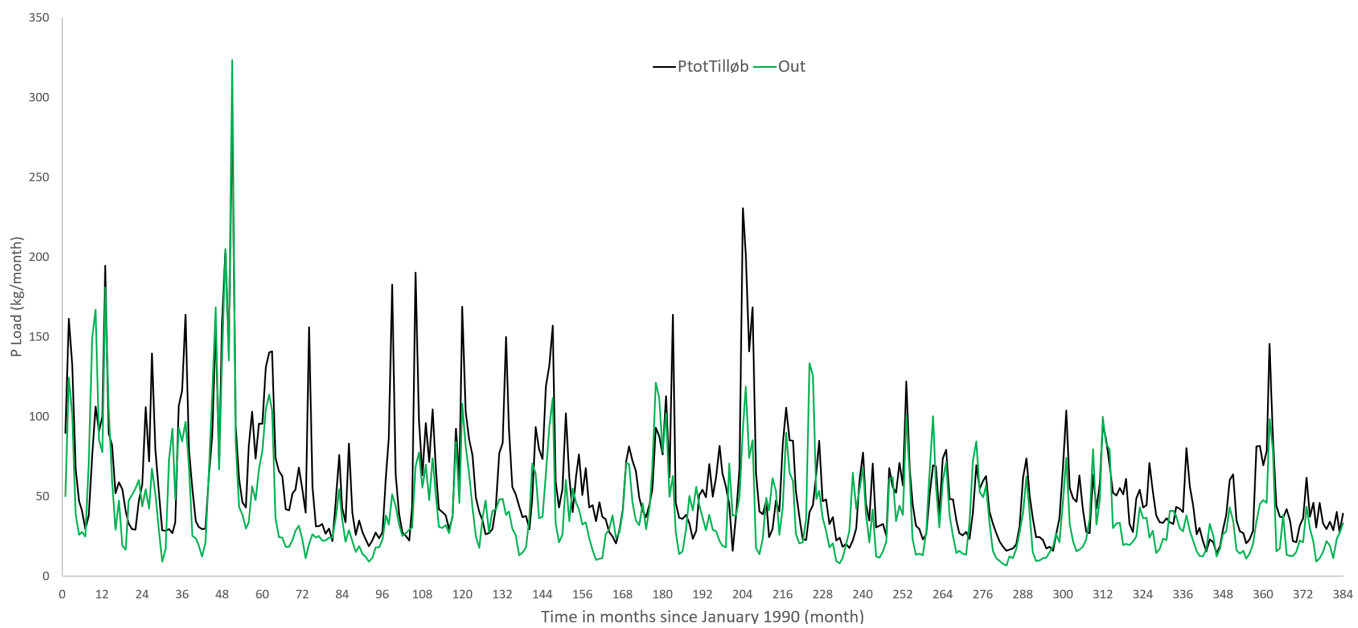


Figure 11. The total load of P in and out of the Bryrup Langsø.

Discussion

The purpose of the development of the presented statistical model concept is to predict the load of N and P in and out of a lake, where only a fraction of the inflow and outflow is measured, and the unmeasured fraction thus needs to be predicted. In most cases, the lake will only have one single outlet, so the outflow tends to be better described than the inflow. However, lakes may have seepage from the bottom that will contribute to the release of N and P in the same way as the outlet at the surface. The inlet to the lake may consist of several rivers and streams, out of which only a fraction of the water body is measured. There may be a main tributary entering the lake, while smaller streams are unmeasured. Obviously, there are uncertainties related to the measured load of both water and nutrient concentration levels that will alter the load prediction also for the measured fraction of the water bodies. However, in this method the focus has solely been allocated to predicting the unmeasured fraction of the load. Thus, proper quality assurance of the monitoring programs that are used as data input is critical for the load calculation. The well-known general modelling condition of “garbage in is garbage out” will also apply for the load predictions in case the data input to the load predictions is not of sufficient quality and, thus, introduces significant uncertainty.

The model assumes that the minimum monthly measured inlet flow of water during a year is equivalent to the base-flow. Thus, the model assumes a seasonality of the discharge, where there is a dry season and/or a season where the evaporation from the soil and plant surfaces evaporates all the precipitation. Better models could be applied for estimating the base-flow for the reference month. Extreme rain events during summer may lead to overestimation of the base-flow during the reference month.

Conceptually, the model relies on a linear mass balance model relating measured outflow to measured inflow. The model coefficients are used to predict the unmeasured part separated into a baseflow and a surface-near flow. This separation is beneficial from the point of view that the concentration levels of N and P not necessarily are similar. The intercept of the linear model can be interpreted as the volume of water that runs out of the lake when no measured water enters the lake. Thus, the estimated intercept predicts the water exchange through the lake bottom or from unmeasured wells entering the lake, and a negative value estimate indicates loss of water due to seepage through the lake bottom. The slope between inflow and outflow is assumed to reflect the fraction of unmeasured water in the inflowing rivers and streams. This is based on the rationale that if e.g. 2 m³ water is measured at the outlet of the lake for every measured 1 m³ at the inlet (slope equal 2), then there is 1 m³ unmeasured water in the inflow for every 1 m³ of measured water volume. For the baseflow, the assumption is that the change in intercept between months is equivalent to a similar change in measured baseflow. This is combined with the assumption that the smallest measured monthly inlet flow of water is entirely baseflow.

The accumulation of water is included as a memory effect in a linear model that includes last month's water input to model the actual month's output. Thus, the water accumulation impact on water outflow is assumed to be linear between the incoming volume and the resulting outgoing volume the month after. This is valid for smaller charges in water volume, as the larger changes in the relation between incoming water volume and outgoing water volume the month after tends to be nonlinear.

Any replacement of the measuring stations is assumed to take place at the start of a year. However, the statistical model for the water balance could be modified to include changes in measuring starting at any month and year.

The seasonality in base-flow is assumed to be independent of the measurement station combination, and this assumption could be challenged in case a large amount of unmeasured water exists. However,

in case the amount of unmeasured water is large, it will always be a challenge to make valid load prediction.

The N and P concentrations are predicted using a statistical model that decomposes the sources of nutrient into three components: (1) point sources; (2) surface-near sources; (3) base-flow source. The point source's strength must be identified both in the catchment of the measured inflow and in the catchment of the lake, and the model will estimate the effective load of the point source strength. However, some fraction of the point source contribution may be modelled as part of the baseflow, if the point sources are located at longer distance upstream from the lake, and especially if there are other lakes upstream that influence the concentration level of the inflowing water. The model works best for lakes that have inflow from streams and rivers not having other lakes upstream. In case of lake systems where water from one lake flows into other lakes downstream, a more comprehensive model for the load in and out each lake may be better. Such a model could apply the model in this paper for the upper catchment lakes using the principle in the paper.

The separation of the water body into respectively baseflow and surface-near flow is a rough categorization used to include the large variation in water transport routes. However, the specific case where the surface-near concentration level makes a decrease during the growing season indicates some realism behind the model. The surface-near sources of N and P are considered to come from the upper soil layer or from run off and drain systems in the catchment and will contribute to the surface-near flow as well.

Lake load of N and P was modelled using similar monitoring data from NOVANA by Windolf et al., (1996). Their approach was different from the approach in the paper in relation to:

- The lake water volume needed to be determined for each month to solve the mass balance.
- The mass balance of water was more aggregated without distinction between surface-near and base-flow water, which can have the consequence that unmeasured surface-near water may be hidden in seepage or ground water inflow through the lake bottom in the mass balance equation.
- The inlet concentration was not decomposed in surface-near water concentration and base-flow concentration.
- The unmeasured base-flow concentration needed to be estimated using additional information about ground water concentration levels.

In some circumstances, it may be critical that the method in this paper uses the predicted base-flow concentration to predict the unmeasured base-flow concentration in cases where point sources may be hidden as base-flow concentration due to upstream lakes. In such cases, the method can be adjusted by replacing the predicted base-flow concentration with independent measurements of ground water concentrations, as done by Jørgen et al., 1996.

Reference

Svendsen, L.M. & Norup, B. (eds.) 2005a: NOVANA. Nationwide Monitoring and Assessment Programme for the Aquatic and Terrestrial Environments. Programme Description – Part 1. National Environmental Research Institute, Denmark. 53 pp. – NERI Technical Report No. 532.

Svendsen, L.M., Bijl, L. van der, Boutrup, S. & Norup, B. (eds.) 2005b: NOVANA. National Monitoring and Assessment Programme for the Aquatic and Terrestrial Environments. Programme Description – Part 2. National Environmental Research Institute, Denmark. 138 pp. – NERI Technical Report No. 537.

Windolf, J., E. Jeppesen, J. P. Jensen & P. Kristensen, 1996. Modelling the seasonal variation in in-lake concentration and retention of nitrogen in 16 shallow lakes: a four-year mass balance study. *Biogeochemistry* 33: 25–44.

Appendix A

Table A1

The table is also available as supplementary material.

Year	i	j	Q _{out_{mea}l_{i,j}} m ³ /month	Station location	Q _{in_{mea}l_{i,j}} m ³ /month	j _{ref_i}	Q _{in_{vertical}l_{i,j}} m ³ /month	N				P			
								CN _{in_{tot}mea_{l_{i,j}}} mg/l	CN _{out_{tot}mea_{l_{i,j}}} mg/l	P _{mea_{l_{i,j}}} Kg/month	P _{in_{mea}l_{i,j}} Kg/month	CP _{in_{tot}mea_{l_{i,j}}} mg/l	CP _{out_{tot}mea_{l_{i,j}}} mg/l	P _{mea_{l_{i,j}}} Kg/month	P _{in_{mea}l_{i,j}} Kg/month
1990	1	1	541037	1	545773	7	46169	10.109	3.871	121	79.4	0.1231	0.0932	19.3	12.9
1990	1	2	1328141	1	958569	7	47883	10.672	5.767	145	80.1	0.1276	0.0938	25.7	13.0
1990	1	3	1127606	1	811620	7	10843	8.430	6.800	165	77.3	0.1189	0.0897	30.2	12.6
1990	1	4	492480	1	344308	7	-6186	7.716	6.024	119	71.6	0.1457	0.0789	18.6	11.7
1990	1	5	374976	1	244786	7	-26419	7.290	4.661	107	68.6	0.1309	0.0698	16.4	11.6
1990	1	6	375840	1	239664	7	3130	8.070	3.323	135	66.9	0.1145	0.0736	25.7	11.2
1990	1	7	291946	1	179378	7	-23811	8.098	1.826	139	67.3	0.1115	0.0856	26.6	11.1
1990	1	8	294624	1	193992	7	-1379	7.912	1.796	174	68.0	0.1431	0.2409	36.2	11.2
1990	1	9	520992	1	290387	7	47547	7.539	1.609	155	68.0	0.2133	0.2865	29.3	10.9
1990	1	10	739238	1	459224	7	33350	8.948	2.124	135	69.8	0.1915	0.2258	22.8	11.2
1990	1	11	593568	1	491495	7	18706	9.063	3.177	107	72.4	0.1456	0.1446	15.2	11.5
1990	1	12	666922	1	550819	7	25898	9.265	4.615	114	73.9	0.1438	0.1168	17.6	11.6
1991	2	1	1473120	1	1192849	8	35362	10.347	6.139	85	74.6	0.1308	0.1228	12.2	20.9
1991	2	2	613993	1	508217	8	14570	9.862	6.955	109	75.4	0.1331	0.1717	18.7	21.0
1991	2	3	703616	1	507748	8	9204	8.999	5.871	127	72.6	0.1131	0.0848	23.2	20.6
1991	2	4	536803	1	380042	8	14644	8.145	5.120	83	66.8	0.0895	0.0546	11.8	19.7
1991	2	5	767629	1	445694	8	-18333	8.330	5.379	73	63.9	0.0874	0.0617	9.5	19.6
1991	2	6	452304	1	267244	8	3838	7.007	4.100	102	62.1	0.1470	0.0426	18.5	19.2
1991	2	7	344174	1	198789	8	-26009	7.478	3.116	106	62.5	0.1480	0.0492	19.5	19.1
1991	2	8	287928	1	181390	8	-16060	7.815	2.423	142	63.2	0.1248	0.1654	29.4	19.2
1991	2	9	287194	1	192924	8	1155	7.462	2.047	121	63.2	0.1034	0.1778	22.7	18.9
1991	2	10	381672	1	212856	8	16433	7.990	2.035	100	65.0	0.0947	0.1442	16.1	19.1
1991	2	11	565574	1	335956	8	37784	8.432	2.376	71	67.6	0.1010	0.1066	8.3	19.5
1991	2	12	595408	1	397871	8	26345	9.539	3.431	78	69.2	0.1070	0.0736	10.4	19.6
1992	3	1	894586	1	596288	7	24556	11.765	4.861	95	48.4	0.1408	0.0610	12.4	12.0
1992	3	2	688288	1	443764	7	16917	10.660	5.993	119	49.7	0.1187	0.0614	18.9	12.1
1992	3	3	976009	1	748829	7	29177	10.975	6.256	138	45.2	0.1459	0.0691	23.4	11.5
1992	3	4	818294	1	581042	7	16843	9.243	6.187	93	36.1	0.1001	0.0631	12.0	10.1
1992	3	5	570767	1	386877	7	-25674	8.377	5.502	83	31.4	0.0923	0.0519	9.7	9.9
1992	3	6	242352	1	183332	7	-49709	8.515	4.328	111	28.6	0.0930	0.0375	18.8	9.2
1992	3	7	227128	1	175485	7	-19936	8.675	3.030	115	29.3	0.1082	0.0760	19.7	9.1
1992	3	8	366673	1	221493	7	31375	8.519	2.682	151	30.4	0.0829	0.1999	29.6	9.2
1992	3	9	362102	1	209606	7	-3056	7.941	2.576	131	30.4	0.0838	0.2556	22.9	8.8
1992	3	10	315783	1	245744	7	20047	10.304	1.632	110	33.2	0.0981	0.1524	16.3	9.2
1992	3	11	825552	1	630509	7	50417	13.628	2.569	81	37.4	0.1348	0.1129	8.5	9.8
1992	3	12	833518	1	636757	7	19563	12.648	5.086	88	39.8	0.1490	0.1015	10.7	9.9
1993	4	1	1005757	1	691131	6	48106	10.866	6.614	105	48.7	0.2005	0.0963	12.6	12.2
1993	4	2	716910	1	502181	6	11589	10.171	7.089	130	49.9	0.1162	0.0964	19.1	12.4
1993	4	3	571184	1	390190	6	-633	9.758	6.525	149	45.5	0.0892	0.0445	23.6	11.7
1993	4	4	417624	1	287758	6	-14085	9.270	5.892	104	36.3	0.0697	0.0570	12.2	10.3
1993	4	5	324421	1	211479	6	-28282	8.467	4.631	92	31.5	0.0849	0.0610	9.9	10.1

1993	4	6	252008	1	151782	6	-30369	8.416	3.111	121	28.7	0.1260	0.0501	19.0	9.4
1993	4	7	300487	1	188426	6	9986	8.469	1.641	125	29.4	0.1063	0.0695	19.9	9.3
1993	4	8	469956	1	311278	6	21128	7.129	1.423	160	30.5	0.1550	0.1385	29.8	9.4
1993	4	9	671221	1	441968	6	35437	8.933	2.336	141	30.5	0.1594	0.1710	23.1	8.9
1993	4	10	1082584	1	911637	6	32866	9.162	4.072	120	33.4	0.1384	0.1555	16.5	9.3
1993	4	11	545317	1	427990	6	19004	9.290	4.936	92	37.6	0.1276	0.1229	8.7	9.9
1993	4	12	1140036	1	853109	6	63794	9.168	5.565	98	40.0	0.1514	0.1187	10.9	10.0
1994	5	1	1864682	1	1402574	7	51870	8.459	6.683	96	48.7	0.1142	0.1099	12.2	9.2
1994	5	2	1256181	1	917748	7	34170	8.422	6.871	124	49.9	0.1137	0.1078	19.9	9.3
1994	5	3	2190389	1	1666050	7	39797	6.729	6.026	146	45.5	0.1433	0.1477	25.2	8.8
1994	5	4	1191405	1	827128	7	-4732	7.293	5.210	94	36.3	0.0769	0.0709	11.9	7.8
1994	5	5	676302	1	394295	7	-22879	8.359	4.839	82	31.5	0.0939	0.0642	9.2	7.7
1994	5	6	589163	1	338979	7	-4024	8.762	4.558	116	28.7	0.0744	0.0654	19.7	7.2
1994	5	7	450664	1	312895	7	-42889	9.062	4.281	121	29.4	0.0846	0.0666	20.8	7.1
1994	5	8	501657	1	439310	7	17625	8.402	3.972	163	30.5	0.1373	0.0678	32.6	7.2
1994	5	9	819980	1	624018	7	41846	8.556	3.698	139	30.5	0.1259	0.0690	24.8	6.9
1994	5	10	716942	1	539136	7	19637	8.593	3.522	113	33.4	0.1008	0.0666	17.1	7.2
1994	5	11	1019887	1	709344	7	35251	9.467	4.195	80	37.6	0.0998	0.0657	7.8	7.6
1994	5	12	1104460	1	758765	7	42591	9.661	5.622	88	40.0	0.0926	0.0715	10.2	7.7
1995	6	1	1499720	2	916218	8	37635	8.738	6.680	96	34.9	0.0999	0.0698	11.4	6.6
1995	6	2	1710308	2	989715	8	41585	7.777	6.524	117	35.7	0.0932	0.0666	17.0	6.7
1995	6	3	1854683	2	972919	8	30220	7.871	6.051	133	32.9	0.0850	0.0561	20.8	6.4
1995	6	4	1105723	2	587235	8	-2199	7.851	5.499	95	27.2	0.0532	0.0333	11.1	5.8
1995	6	5	813004	2	425656	8	-11850	8.272	5.097	85	24.2	0.0561	0.0302	9.1	5.7
1995	6	6	743810	2	345479	8	-7117	8.089	4.767	108	22.5	0.0719	0.0327	16.9	5.4
1995	6	7	525709	2	252979	8	-33238	8.576	4.424	112	22.9	0.0539	0.0352	17.7	5.4
1995	6	8	487273	2	228968	8	-28432	8.302	4.068	141	23.6	0.0585	0.0379	26.0	5.4
1995	6	9	565553	2	367746	8	26755	8.043	3.730	126	23.6	0.0677	0.0404	20.3	5.2
1995	6	10	665665	2	426717	8	4546	8.469	3.392	108	25.4	0.0707	0.0429	14.7	5.4
1995	6	11	700704	2	467102	8	26531	8.285	3.085	85	28.0	0.0866	0.0451	8.1	5.7
1995	6	12	612749	2	368611	8	12856	8.540	3.510	90	29.5	0.0785	0.0382	10.0	5.7
1996	7	1	526546	2	344503	9	2832	9.214	4.068	81	35.0	0.0747	0.0214	9.0	6.7
1996	7	2	655597	2	414435	9	17849	9.028	4.761	96	35.8	0.3322	0.0309	13.0	6.7
1996	7	3	675972	2	431952	9	-6186	9.159	5.405	108	33.0	0.0810	0.0392	15.7	6.4
1996	7	4	506670	2	330033	9	-21911	8.730	4.921	79	27.2	0.0482	0.0479	8.7	5.8
1996	7	5	446974	2	318414	9	75	8.684	4.358	72	24.2	0.0501	0.0569	7.3	5.7
1996	7	6	342174	2	281994	9	-29847	8.272	3.833	89	22.5	0.0663	0.0653	12.9	5.4
1996	7	7	302347	2	236494	9	-22768	8.416	3.299	91	22.9	0.0672	0.0739	13.5	5.4
1996	7	8	293201	2	204026	9	-2459	8.289	2.726	112	23.6	0.0985	0.0831	19.5	5.5
1996	7	9	264352	2	194124	9	1341	8.565	2.183	101	23.6	0.0702	0.0918	15.3	5.3
1996	7	10	390547	2	207159	9	22581	8.070	1.781	89	25.4	0.1927	0.0938	11.3	5.4
1996	7	11	750028	2	464193	9	47547	12.848	2.494	72	28.0	0.1279	0.0728	6.6	5.7
1996	7	12	604091	2	440483	9	13675	11.688	4.130	76	29.6	0.0623	0.0598	7.9	5.7
1997	8	1	400316	2	341331	8	1081	9.359	4.980	50	31.0	0.0716	0.0541	7.4	5.7
1997	8	2	674954	2	645134	8	35251	10.883	5.324	69	31.8	0.1057	0.0425	12.5	5.8
1997	8	3	672283	2	462355	8	3167	9.819	5.483	82	29.0	0.0573	0.0328	16.1	5.5
1997	8	4	494524	2	299514	8	3764	8.550	4.971	49	23.3	0.0554	0.0311	7.3	4.9
1997	8	5	578913	2	384087	8	9539	7.740	4.189	42	20.3	0.0634	0.0325	5.5	4.8
1997	8	6	413726	2	252534	8	-16284	7.597	3.482	66	18.5	0.0725	0.0338	12.3	4.5
1997	8	7	352230	2	201256	8	-18594	8.271	2.852	69	19.0	0.0812	0.0358	13.1	4.5
1997	8	8	222775	2	170682	8	-23885	8.307	2.621	97	19.6	0.0714	0.0417	21.1	4.5
1997	8	9	233665	2	202412	8	-1118	7.903	2.467	80	19.7	0.0777	0.0481	16.0	4.4
1997	8	10	335481	2	213536	8	29736	8.238	2.314	62	21.4	0.0994	0.0543	10.8	4.5

1997	8	11	330687	2	212062	8	14942	8.567	2.219	40	24.1	0.0806	0.0551	4.5	4.8
1997	8	12	436711	2	268618	8	24407	11.169	3.242	45	25.6	0.0762	0.0534	6.1	4.8
1998	9	1	734850	2	504964	8	28581	13.349	4.783	79	57.3	0.0818	0.0520	10.7	11.1
1998	9	2	683925	2	515762	8	23811	11.849	5.720	101	58.9	0.1217	0.0477	17.0	11.3
1998	9	3	930017	2	699945	8	17476	9.996	7.500	119	53.3	0.2144	0.0551	21.4	10.7
1998	9	4	710053	2	460371	8	19563	9.368	7.020	78	42.0	0.0934	0.0624	10.4	9.4
1998	9	5	478405	2	273519	8	-22991	9.070	5.901	68	36.1	0.0817	0.0679	8.1	9.2
1998	9	6	342091	2	200246	8	-7713	8.409	4.630	95	32.7	0.0691	0.0742	16.8	8.6
1998	9	7	339268	2	194372	8	9688	8.152	3.424	99	33.5	0.0735	0.0801	17.8	8.5
1998	9	8	338989	2	182689	8	1304	8.290	2.255	133	34.9	0.0644	0.0858	27.5	8.6
1998	9	9	377196	2	245080	8	15762	7.403	1.939	113	34.9	0.1313	0.0814	21.0	8.2
1998	9	10	976409	2	769075	8	71321	8.242	2.165	93	38.4	0.2085	0.0704	14.6	8.6
1998	9	11	1037113	2	666896	8	12781	9.437	3.788	66	43.6	0.1086	0.0748	7.0	9.1
1998	9	12	763451	2	520490	8	25376	9.713	5.289	73	46.6	0.0832	0.0728	9.0	9.2
1999	10	1	1061521	2	825716	8	33127	9.170	5.795	95	57.3	0.0888	0.0660	12.3	11.1
1999	10	2	762409	2	592226	8	16209	9.217	6.236	118	58.9	0.0905	0.0625	18.5	11.3
1999	10	3	1202061	2	916804	8	34803	9.256	6.182	136	53.3	0.0852	0.0615	22.9	10.7
1999	10	4	756658	2	516633	8	-4173	8.210	5.762	93	42.0	0.0980	0.0654	11.9	9.4
1999	10	5	445460	2	297382	8	-18743	8.428	5.333	83	36.1	0.1017	0.0694	9.7	9.2
1999	10	6	410340	2	291240	8	11477	7.210	4.899	110	32.6	0.0998	0.0735	18.4	8.6
1999	10	7	413590	2	299269	8	-13936	5.186	4.499	113	33.5	0.0937	0.0772	19.3	8.5
1999	10	8	332181	2	248061	8	-4173	7.749	4.031	147	34.9	0.0833	0.0816	28.8	8.6
1999	10	9	443551	2	314792	8	26568	7.761	3.591	129	34.9	0.0865	0.0857	22.3	8.2
1999	10	10	946701	2	733099	8	35623	7.830	3.228	109	38.4	0.0979	0.0891	16.0	8.6
1999	10	11	566849	2	433254	8	9875	8.072	3.194	82	43.6	0.1113	0.0810	8.5	9.1
1999	10	12	1403960	2	1171279	8	69868	8.680	4.139	88	46.6	0.1200	0.0771	10.6	9.2
2000	11	1	1098010	2	866954	8	23252	7.926	4.946	81	63.8	0.0893	0.0744	11.2	12.4
2000	11	2	1171588	2	823332	8	28990	7.857	5.220	110	65.5	0.0704	0.0552	18.2	12.5
2000	11	3	1077538	2	729430	8	17700	7.428	5.400	131	59.2	0.0629	0.0401	23.1	11.9
2000	11	4	641809	2	420086	8	-4993	8.029	5.093	80	46.3	0.0686	0.0389	10.9	10.4
2000	11	5	522797	2	301732	8	-16247	8.354	4.255	68	39.5	0.0694	0.0338	8.4	10.2
2000	11	6	497384	2	245669	8	-13042	7.886	3.279	103	35.6	0.0697	0.0751	18.0	9.5
2000	11	7	428400	2	201766	8	-10024	7.956	2.329	108	36.6	0.0652	0.1109	19.1	9.4
2000	11	8	386321	2	197379	8	-5105	8.524	1.897	151	38.1	0.0698	0.0717	29.9	9.5
2000	11	9	442450	2	229191	8	15129	8.867	1.506	126	38.2	0.0762	0.0930	22.7	9.1
2000	11	10	476797	2	299343	8	27537	7.706	1.551	99	42.1	0.1035	0.0879	15.6	9.5
2000	11	11	828174	2	613556	8	34990	8.535	1.954	65	48.1	0.0946	0.0582	7.1	10.1
2000	11	12	927235	2	584848	8	31040	7.866	3.176	73	51.6	0.1115	0.0523	9.4	10.2
2001	12	1	787782	2	609434	8	15390	8.308	4.434	81	63.9	0.2144	0.0491	10.9	12.4
2001	12	2	782294	2	629608	8	21612	8.418	4.985	109	65.7	0.1145	0.0518	17.8	12.6
2001	12	3	669588	2	522386	8	9353	8.653	5.206	131	59.4	0.0731	0.0445	22.7	11.9
2001	12	4	657973	2	482767	8	11142	8.357	4.597	80	46.4	0.0767	0.0392	10.6	10.5
2001	12	5	442336	2	294619	8	-23066	7.571	3.849	68	39.6	0.1161	0.0298	8.1	10.2
2001	12	6	390409	2	272609	8	-5888	6.990	3.029	103	35.7	0.1044	0.0381	17.6	9.5
2001	12	7	326973	2	269613	8	-22991	6.917	2.076	108	36.7	0.1115	0.0551	18.7	9.4
2001	12	8	366118	2	256225	8	3614	7.763	1.679	151	38.2	0.0876	0.0999	29.5	9.5
2001	12	9	590276	2	384705	8	45461	7.602	1.798	125	38.2	0.0958	0.1199	22.3	9.1
2001	12	10	736990	2	573988	8	20718	7.312	2.074	99	42.2	0.1315	0.0871	15.3	9.5
2001	12	11	649197	2	519725	8	22209	7.482	2.280	65	48.2	0.1232	0.0563	6.8	10.1
2001	12	12	694804	2	559615	8	32829	7.971	2.987	73	51.7	0.1024	0.0537	9.1	10.2
2002	13	1	1078804	2	930463	9	40057	7.760	4.656	90	57.3	0.0994	0.0598	13.7	11.1
2002	13	2	1612752	2	1273913	9	63198	7.410	5.255	122	58.9	0.0752	0.0580	21.7	11.3
2002	13	3	1795076	2	1282321	9	10285	6.159	4.944	147	53.3	0.0928	0.0622	27.3	10.7

2002	13	4	713548	2	534244	9	-10024	7.459	4.518	88	42.0	0.0743	0.0471	13.3	9.4
2002	13	5	627609	2	352052	9	-9539	8.166	4.161	75	36.1	0.0726	0.0340	10.5	9.2
2002	13	6	676556	2	342023	9	18818	5.857	3.375	115	32.6	0.1102	0.0384	21.5	8.6
2002	13	7	871268	2	696518	9	19526	5.910	2.567	120	33.5	0.1125	0.0692	22.7	8.5
2002	13	8	626794	2	386559	9	-4807	6.398	2.005	170	34.9	0.1187	0.0551	35.0	8.6
2002	13	9	458379	2	246137	9	-16582	7.511	1.736	141	34.9	0.1200	0.1200	26.7	8.2
2002	13	10	663787	2	444920	9	38642	8.224	1.860	110	38.4	0.1091	0.0692	18.7	8.6
2002	13	11	830415	2	603649	9	34319	8.464	2.682	71	43.6	0.0963	0.0508	9.0	9.1
2002	13	12	726688	2	538515	9	11365	8.363	3.655	81	46.6	0.0646	0.0449	11.6	9.2
2003	14	1	845535	2	613952	10	27351	8.876	4.433	86	16.2	0.0825	0.0402	12.4	3.6
2003	14	2	681970	2	477168	10	3167	9.514	4.503	110	16.3	0.0547	0.0352	18.2	3.6
2003	14	3	608393	2	447977	10	-6148	7.625	4.677	129	15.8	0.0555	0.0270	22.2	3.5
2003	14	4	540259	2	369254	10	-1751	7.249	4.210	85	14.8	0.0522	0.0192	12.0	3.4
2003	14	5	634356	2	406068	10	6037	7.054	3.633	75	14.2	0.0740	0.0176	9.9	3.3
2003	14	6	468594	2	263470	10	-8272	6.551	3.075	103	13.9	0.0884	0.0242	18.1	3.3
2003	14	7	510073	2	296464	10	-6745	7.614	2.561	107	14.0	0.0779	0.0518	19.0	3.2
2003	14	8	377194	2	220749	10	-16768	13.194	1.998	142	14.1	0.0751	0.0780	27.7	3.3
2003	14	9	369657	2	192821	10	-5478	11.885	1.564	122	14.1	0.0801	0.1032	21.6	3.2
2003	14	10	372860	2	177197	10	7825	8.558	1.129	101	14.5	0.0722	0.0649	15.8	3.3
2003	14	11	412644	2	221993	10	23476	8.618	1.352	73	14.9	0.0869	0.0662	8.9	3.3
2003	14	12	575831	2	353828	10	38977	9.059	2.073	80	15.2	0.0862	0.0708	10.9	3.3
2004	15	1	896204	2	574771	6	32195	10.074	3.220	93	18.0	0.0908	0.0793	14.1	3.6
2004	15	2	1028900	2	643255	6	24482	8.410	4.358	124	18.2	0.0894	0.0682	21.8	3.6
2004	15	3	847090	2	530020	6	15390	7.944	4.668	148	17.5	0.0908	0.0546	27.1	3.6
2004	15	4	649176	2	422317	6	-2497	7.247	4.395	91	16.0	0.1127	0.0536	13.6	3.4
2004	15	5	498109	2	311167	6	-11514	7.687	3.357	78	15.2	0.1045	0.0642	10.9	3.4
2004	15	6	414671	2	257963	6	-2348	8.207	2.301	117	14.7	0.1026	0.1099	21.6	3.3
2004	15	7	402499	2	272684	6	-1155	8.124	1.301	122	14.9	0.0911	0.0732	22.7	3.3
2004	15	8	394858	2	276497	6	5105	7.343	1.102	169	15.0	0.1184	0.1096	34.4	3.3
2004	15	9	486885	2	366933	6	14980	7.138	1.337	142	15.0	0.1114	0.1410	26.5	3.2
2004	15	10	840845	2	627344	6	41064	7.097	1.695	113	15.5	0.1169	0.1443	18.7	3.3
2004	15	11	971124	2	746922	6	25376	8.057	3.047	75	16.2	0.0878	0.1150	9.5	3.4
2004	15	12	903804	2	672684	6	34468	8.089	3.971	84	16.6	0.0839	0.0864	12.1	3.4
2005	16	1	1318629	2	1026846	9	35623	7.369	4.621	87	30.9	0.0789	0.0774	12.6	6.1
2005	16	2	766334	2	535151	9	24668	7.549	4.896	111	31.5	0.0724	0.0650	18.6	6.1
2005	16	3	1222094	2	734021	9	8272	6.797	4.707	131	29.2	0.1803	0.0513	22.7	5.9
2005	16	4	762771	2	425045	9	-11030	7.061	4.235	85	24.5	0.0610	0.0363	12.2	5.4
2005	16	5	558106	2	336469	9	-11477	7.207	3.551	75	22.1	0.0504	0.0252	10.0	5.3
2005	16	6	478510	2	259499	9	-15986	7.341	2.788	104	20.6	0.0718	0.0327	18.5	5.0
2005	16	7	401677	2	293454	9	-4956	6.593	2.017	108	21.0	0.0786	0.0725	19.4	5.0
2005	16	8	442761	2	252738	9	-4062	7.455	1.691	145	21.5	0.0728	0.1138	28.4	5.0
2005	16	9	298689	2	168284	9	-14234	7.817	1.356	124	21.6	0.0774	0.1380	22.1	4.9
2005	16	10	451918	2	220619	9	15203	7.807	1.406	102	23.0	0.0828	0.1241	16.1	5.0
2005	16	11	552322	2	342288	9	29736	7.533	1.683	73	25.2	0.1064	0.0823	9.0	5.2
2005	16	12	570640	2	378673	9	20271	7.735	2.384	80	26.4	0.1036	0.0651	11.0	5.3
2006	17	1	547980	2	367250	9	17961	7.483	2.751	96	16.6	0.0931	0.0527	14.2	3.3
2006	17	2	885036	2	552038	9	21873	7.609	3.453	127	16.7	0.0857	0.0436	21.8	3.3
2006	17	3	629744	2	368065	9	9651	7.808	4.313	151	16.2	0.0834	0.0467	27.1	3.3
2006	17	4	710755	2	431291	9	11551	6.925	4.604	94	15.0	0.1039	0.0394	13.8	3.2
2006	17	5	601117	2	472552	9	5478	5.147	4.010	81	14.4	0.1314	0.0369	11.1	3.1
2006	17	6	387824	2	321610	9	-27947	6.240	3.460	119	14.1	0.1523	0.0498	21.7	3.1
2006	17	7	265365	2	227840	9	-36443	6.001	2.542	124	14.2	0.1998	0.0679	22.8	3.1
2006	17	8	355999	2	209977	9	19190	6.390	2.003	171	14.3	0.1659	0.1985	34.4	3.1

2006	17	9	279854	2	140299	9	-14980	5.014	1.864	144	14.3	0.0663	0.1360	26.5	3.0
2006	17	10	412574	2	260004	9	40169	5.741	1.822	115	14.7	0.1090	0.0921	18.8	3.1
2006	17	11	685790	2	463040	9	34394	8.602	2.383	78	15.2	0.1079	0.0725	9.7	3.1
2006	17	12	1204315	2	1061149	9	54329	6.824	3.322	87	15.5	0.1835	0.0768	12.2	3.1
2007	18	1	1435423	2	1358991	8	71246	6.473	4.371	101	14.0	0.1198	0.0829	14.8	2.8
2007	18	2	1017285	2	861289	8	42964	6.211	4.566	134	14.1	0.1345	0.0728	22.9	2.8
2007	18	3	1494812	2	1123827	8	8347	5.964	4.361	159	13.8	0.1213	0.0572	28.5	2.8
2007	18	4	631771	2	463898	8	-24221	6.973	3.984	99	13.3	0.1121	0.0282	14.4	2.8
2007	18	5	406755	2	291606	8	-6260	7.903	3.311	85	13.1	0.1085	0.0338	11.5	2.8
2007	18	6	442002	2	306837	8	-3093	7.881	2.458	126	12.9	0.0955	0.0537	22.7	2.7
2007	18	7	641624	2	417951	8	8757	6.526	1.605	131	13.0	0.0843	0.0767	23.9	2.7
2007	18	8	444206	2	250589	8	-11589	7.224	0.849	180	13.0	0.0712	0.0929	36.2	2.7
2007	18	9	449375	2	281674	8	13862	7.132	0.935	152	13.0	0.0793	0.1369	27.9	2.7
2007	18	10	515405	2	374505	8	3056	7.028	1.041	121	13.2	0.1001	0.1039	19.7	2.7
2007	18	11	524090	2	394190	8	16768	7.210	1.417	82	13.4	0.0767	0.0500	10.0	2.7
2007	18	12	848381	2	691831	8	37188	7.562	2.213	92	13.5	0.0935	0.0509	12.7	2.8
2008	19	1	1196100	2	906197	6	44194	6.633	3.190	96	14.1	0.0936	0.0753	12.0	3.7
2008	19	2	1010150	2	736423	6	20308	6.141	4.028	126	14.1	0.0898	0.0644	19.3	3.8
2008	19	3	1233842	2	842395	6	39722	5.843	3.559	149	13.9	0.0747	0.0484	24.5	3.7
2008	19	4	897055	2	539340	6	-484	5.519	3.253	95	13.4	0.0734	0.0297	11.7	3.4
2008	19	5	511681	2	320505	6	-39946	6.661	2.825	82	13.1	0.0809	0.0407	9.1	3.4
2008	19	6	345842	2	220781	6	-32270	7.019	1.736	119	13.0	0.0602	0.0617	19.2	3.3
2008	19	7	391709	2	286940	6	-20532	7.198	0.972	123	13.0	0.0454	0.0912	20.3	3.3
2008	19	8	527535	2	373817	6	35474	6.022	0.712	168	13.1	0.0741	0.2532	31.6	3.3
2008	19	9	488202	2	420716	6	3391	6.139	0.886	143	13.1	0.0774	0.2576	24.0	3.2
2008	19	10	531934	2	589130	6	33015	6.428	1.046	115	13.2	0.0851	0.0912	16.6	3.3
2008	19	11	846300	2	768182	6	28730	7.076	1.926	79	13.5	0.0884	0.0634	7.7	3.4
2008	19	12	663513	2	454224	6	8272	7.596	2.907	88	13.6	0.0794	0.0555	10.1	3.4
2009	20	1	559198	2	435228	6	15017	7.542	3.653	89	17.9	0.0871	0.0510	11.7	2.9
2009	20	2	410219	2	352457	6	8570	7.761	4.136	116	18.1	0.0654	0.0443	18.5	2.9
2009	20	3	498758	2	397533	6	10061	8.234	3.698	138	17.4	0.0640	0.0413	23.3	2.8
2009	20	4	385354	2	253798	6	-26568	8.536	3.609	87	15.9	0.0558	0.0251	11.4	2.7
2009	20	5	390941	2	255096	6	-10508	7.472	2.962	75	15.2	0.0626	0.0211	9.0	2.7
2009	20	6	323610	2	207080	6	-28804	7.569	1.868	109	14.7	0.0540	0.0349	18.3	2.7
2009	20	7	299064	2	248413	6	1826	6.857	1.297	114	14.8	0.0526	0.0654	19.4	2.6
2009	20	8	357387	2	218032	6	-783	6.487	1.395	156	15.0	0.0511	0.0795	29.8	2.7
2009	20	9	384116	2	241653	6	2459	6.227	1.434	132	15.0	0.0654	0.1695	22.8	2.6
2009	20	10	385499	2	350163	6	26792	6.681	1.361	106	15.5	0.0625	0.1104	15.9	2.6
2009	20	11	844647	2	539846	6	57273	7.322	2.036	73	16.1	0.0925	0.0646	7.7	2.7
2009	20	12	1082344	2	758553	6	31263	7.373	3.249	81	16.5	0.0834	0.0630	9.9	2.7
2010	21	1	600434	2	413476	7	5738	7.396	4.250	83	13.9	0.0909	0.0656	11.9	2.3
2010	21	2	366441	2	275532	7	10098	8.241	4.612	110	13.9	0.1080	0.0584	18.6	2.3
2010	21	3	829653	2	654816	7	5515	7.058	4.594	131	13.7	0.0879	0.0504	23.3	2.3
2010	21	4	476588	2	363367	7	-11701	7.159	4.084	81	13.2	0.0672	0.0263	11.5	2.3
2010	21	5	400905	2	309781	7	-2720	7.617	3.131	70	13.0	0.0840	0.0291	9.1	2.3
2010	21	6	363504	2	294914	7	-10359	6.503	2.501	104	12.9	0.0920	0.0427	18.4	2.2
2010	21	7	305255	2	228894	7	-4919	7.452	1.672	108	12.9	0.0939	0.0726	19.4	2.2
2010	21	8	512212	2	454790	7	35102	6.416	1.521	150	13.0	0.1243	0.1185	29.7	2.2
2010	21	9	539071	2	436257	7	9018	5.869	1.895	125	13.0	0.1060	0.1153	22.8	2.2
2010	21	10	510574	2	459112	7	27053	6.801	1.830	100	13.1	0.0929	0.0681	16.0	2.2
2010	21	11	842472	2	676343	7	43970	7.188	2.450	67	13.3	0.0841	0.0523	7.9	2.3
2010	21	12	699684	2	554691	7	15091	6.796	3.528	75	13.4	0.0836	0.0552	10.1	2.3
2011	22	1	1100376	2	886668	6	18072	5.201	3.966	79	15.7	0.1115	0.0919	12.5	1.8

2011	22	2	844224	2	615809	6	16358	6.233	3.956	108	15.8	0.0808	0.0743	19.7	1.8
2011	22	3	555731	2	425559	6	410	6.897	3.821	130	15.3	0.0729	0.0417	24.7	1.8
2011	22	4	454780	2	298132	6	-22171	6.886	3.430	77	14.4	0.0722	0.0300	12.1	1.8
2011	22	5	377627	2	231239	6	-9688	6.398	2.630	65	14.0	0.0890	0.0377	9.5	1.8
2011	22	6	356206	2	203549	6	-12148	7.414	1.878	102	13.7	0.0743	0.0371	19.5	1.8
2011	22	7	371292	2	217219	6	4472	7.352	1.342	107	13.7	0.0881	0.0758	20.6	1.8
2011	22	8	441605	2	311067	6	26419	6.175	1.263	151	13.9	0.1310	0.1496	31.6	1.8
2011	22	9	686631	2	471943	6	25935	5.824	1.477	125	13.9	0.1175	0.1460	24.2	1.8
2011	22	10	652059	2	528961	6	13042	6.280	1.619	97	14.1	0.1030	0.0882	16.9	1.8
2011	22	11	436275	2	283524	6	6894	7.085	1.895	62	14.6	0.1080	0.0701	8.2	1.8
2011	22	12	893581	2	704421	6	41734	6.390	2.391	71	14.8	0.0804	0.0664	10.6	1.8
2012	23	1	1143031	2	861433	8	38604	6.043	3.334	38	15.7	0.0699	0.0624	7.8	1.8
2012	23	2	682766	2	537528	8	8496	7.111	3.922	69	15.8	0.0621	0.0561	15.5	1.8
2012	23	3	638093	2	472121	8	0	6.425	3.711	90	15.4	0.0676	0.0395	20.8	1.8
2012	23	4	589209	2	346688	8	8459	6.444	3.448	38	14.5	0.0662	0.0248	7.7	1.8
2012	23	5	458337	2	266324	8	-25152	6.385	2.903	27	14.0	0.0582	0.0353	5.0	1.8
2012	23	6	412864	2	253137	8	12036	7.118	2.350	67	13.7	0.0596	0.0344	15.1	1.8
2012	23	7	435738	2	264383	8	-6707	6.961	2.337	72	13.8	0.0716	0.0313	16.3	1.8
2012	23	8	373732	2	244231	8	5068	7.076	1.690	121	13.9	0.0618	0.0911	28.5	1.8
2012	23	9	540867	2	384521	8	29810	6.542	1.981	90	13.9	0.0754	0.1337	20.8	1.8
2012	23	10	872268	2	628063	8	32829	6.068	2.105	59	14.2	0.0874	0.0968	13.0	1.8
2012	23	11	750016	2	504297	8	22395	6.476	2.653	21	14.6	0.0851	0.0705	3.5	1.8
2012	23	12	856323	2	595771	8	38381	6.945	3.323	30	14.8	0.0786	0.0579	5.8	1.8
2013	24	1	1011204	2	679189	8	22171	6.196	3.489	32	14.8	0.0693	0.0560	6.3	1.8
2013	24	2	728496	2	470192	8	5850	6.468	3.855	56	14.9	0.0559	0.0468	12.3	1.8
2013	24	3	506724	2	294307	8	-7005	6.864	4.289	73	14.5	0.0612	0.0317	16.5	1.8
2013	24	4	437189	2	246609	8	-11887	7.448	4.522	32	13.9	0.0619	0.0264	6.2	1.8
2013	24	5	439451	2	263358	8	-5850	7.502	3.656	23	13.5	0.0363	0.0215	4.1	1.8
2013	24	6	359645	2	202856	8	-16247	7.372	3.137	55	13.3	0.0379	0.0221	12.0	1.8
2013	24	7	317684	2	158225	8	-37188	7.142	2.819	59	13.3	0.0480	0.0217	13.0	1.8
2013	24	8	327723	2	153822	8	-13340	6.234	1.948	97	13.4	0.0546	0.0377	22.4	1.8
2013	24	9	330619	2	181860	8	11253	5.542	1.689	73	13.4	0.0544	0.0341	16.4	1.8
2013	24	10	359745	2	210890	8	33276	6.863	1.660	48	13.6	0.0603	0.0472	10.4	1.8
2013	24	11	495450	2	290670	8	17998	6.674	1.940	18	14.0	0.0775	0.0562	2.9	1.8
2013	24	12	748990	2	614876	8	46131	6.217	2.971	26	14.1	0.0794	0.0528	4.7	1.8
2014	25	1	1149954	2	778668	9	41250	6.040	3.849	34	20.5	0.0740	0.0542	5.5	3.2
2014	25	2	791034	2	539920	9	18371	5.669	3.813	60	27.1	0.0669	0.0478	10.6	4.7
2014	25	3	554569	2	383184	9	-1379	5.814	3.590	78	31.5	0.0627	0.0279	14.1	5.8
2014	25	4	404106	2	252715	9	-8570	6.424	3.354	34	19.6	0.0611	0.0239	5.4	3.2
2014	25	5	408634	2	262517	9	1491	7.001	3.095	24	16.9	0.0576	0.0245	3.6	2.6
2014	25	6	321230	2	198557	9	-24407	6.536	2.225	59	25.4	0.0737	0.0355	10.3	4.7
2014	25	7	339387	2	184762	9	-10955	6.312	1.870	63	26.5	0.0591	0.0346	11.1	4.9
2014	25	8	316760	2	205760	9	17588	6.178	1.509	104	37.0	0.0559	0.0487	19.2	7.4
2014	25	9	296803	2	183052	9	820	6.528	1.758	78	30.4	0.0551	0.0635	14.1	5.8
2014	25	10	435948	2	265587	9	34915	6.278	1.749	52	23.9	0.0721	0.0612	8.9	4.2
2014	25	11	495247	2	366578	9	19190	6.062	1.908	19	16.0	0.0751	0.0431	2.6	2.3
2014	25	12	882770	2	763368	9	48293	6.504	2.846	27	18.2	0.0697	0.0521	4.1	2.8
2015	26	1	1328951	2	1093526	8	45274	5.846	3.849	37	23.5	0.0705	0.0560	6.0	3.7
2015	26	2	715058	2	578116	8	6633	6.201	4.172	66	32.2	0.0639	0.0459	11.7	5.7
2015	26	3	686181	2	509387	8	15464	6.340	3.982	86	37.9	0.0576	0.0319	15.7	7.1
2015	26	4	571386	2	407743	8	-15129	7.018	3.634	36	22.1	0.0792	0.0275	6.0	3.6
2015	26	5	574664	2	429138	8	14197	8.388	3.035	26	18.6	0.1116	0.0288	3.9	2.9
2015	26	6	565095	2	362357	8	-7378	6.214	2.552	65	29.8	0.0782	0.0329	11.5	5.6

2015	26	7	416539	2	257082	8	-1118	6.402	1.765	69	31.2	0.0686	0.0556	12.4	5.9
2015	26	8	379747	2	214261	8	-9427	6.244	1.217	116	45.1	0.0835	0.0950	21.4	9.2
2015	26	9	764304	2	395645	8	32046	5.430	1.274	86	36.3	0.1288	0.1040	15.7	7.1
2015	26	10	573083	2	343938	8	6372	5.827	1.429	57	27.9	0.0939	0.0564	9.9	5.0
2015	26	11	988295	2	591798	8	58093	6.349	1.999	20	17.5	0.0728	0.0488	2.8	2.5
2015	26	12	1795026	2	1067415	8	57906	5.285	3.509	29	20.3	0.0668	0.0557	4.5	3.1
2016	27	1	1256295	2	798510	9	25749	5.098	3.564	39	21.5	0.0817	0.0661	7.1	3.1
2016	27	2	1138268	2	774631	9	20495	5.621	3.948	70	27.8	0.0614	0.0698	13.9	4.6
2016	27	3	839356	2	582515	9	4136	6.187	3.630	92	31.7	0.0511	0.0360	18.7	5.6
2016	27	4	975369	2	581753	9	25786	5.576	3.187	38	20.1	0.0562	0.0338	7.0	3.1
2016	27	5	824236	2	537426	9	-19265	5.796	3.167	27	17.4	0.0681	0.0407	4.5	2.6
2016	27	6	603188	2	436572	9	-8272	5.825	2.929	68	25.3	0.0784	0.0327	13.6	4.5
2016	27	7	727975	2	522077	9	6633	5.963	2.671	73	26.4	0.0842	0.0280	14.7	4.7
2016	27	8	489635	2	282414	9	-8906	6.851	2.147	123	36.4	0.0730	0.0402	25.5	7.1
2016	27	9	428716	2	259463	9	-11067	7.230	1.898	91	30.1	0.0690	0.0509	18.6	5.6
2016	27	10	606060	2	464552	9	28841	6.377	1.956	60	24.1	0.0777	0.0414	11.7	4.1
2016	27	11	861782	2	596946	9	36070	7.162	2.592	21	16.8	0.0651	0.0503	3.2	2.3
2016	27	12	824449	2	509805	9	20047	7.187	3.413	30	18.9	0.0575	0.0441	5.3	2.7
2017	28	1	804947	2	491858	7	16656	7.744	4.099	44	20.9	0.0612	0.0458	8.2	3.5
2017	28	2	635740	2	459718	7	25227	6.848	4.347	80	28.8	0.1191	0.0380	16.2	5.3
2017	28	3	876199	2	551942	7	9577	6.786	4.069	106	34.1	0.0584	0.0324	21.9	6.6
2017	28	4	628431	2	401014	7	2608	6.037	3.693	43	20.2	0.0562	0.0232	8.1	3.4
2017	28	5	508857	2	298062	7	-27425	5.822	3.274	30	17.2	0.0637	0.0339	5.2	2.8
2017	28	6	496686	2	285380	7	7266	6.260	2.683	78	27.5	0.0700	0.0471	15.9	5.2
2017	28	7	445988	2	279822	7	-2832	5.780	1.555	84	28.8	0.0906	0.0511	17.2	5.5
2017	28	8	530279	2	322185	7	9241	5.579	1.429	142	41.3	0.0675	0.0772	29.9	8.5
2017	28	9	658246	2	378977	7	21873	5.800	1.377	105	33.4	0.0550	0.0625	21.8	6.6
2017	28	10	892361	2	515848	7	37747	6.276	1.592	68	25.5	0.0592	0.0422	13.7	4.7
2017	28	11	721219	2	443691	7	26680	6.927	2.202	23	15.9	0.0684	0.0423	3.6	2.4
2017	28	12	797873	2	525417	7	26755	7.112	3.090	34	18.4	0.0516	0.0353	6.1	3.0
2018	29	1	1084382	2	730538	7	36927	6.228	3.758	32	17.6	0.0874	0.0352	4.6	2.5
2018	29	2	860261	2	629883	7	14682	6.566	4.110	55	22.9	0.0627	0.0330	8.8	3.2
2018	29	3	831398	2	534812	7	6633	6.805	3.894	72	26.6	0.0477	0.0267	11.7	3.8
2018	29	4	600998	2	330880	7	-2422	6.830	3.736	31	17.3	0.0397	0.0258	4.6	2.5
2018	29	5	539290	2	299996	7	-44305	6.196	3.317	23	15.3	0.0562	0.0238	3.1	2.2
2018	29	6	357580	2	216402	7	-31711	6.746	2.748	54	22.3	0.0463	0.0347	8.6	3.2
2018	29	7	314021	2	165095	7	-44082	5.744	1.722	58	23.1	0.0418	0.0540	9.3	3.3
2018	29	8	460415	2	234511	7	8906	4.338	1.707	95	31.6	0.0543	0.0716	15.8	4.5
2018	29	9	432283	2	247968	7	20457	5.992	1.714	72	26.2	0.0492	0.0593	11.6	3.8
2018	29	10	400042	2	200146	7	8682	6.868	1.502	48	20.9	0.0378	0.0308	7.4	3.0
2018	29	11	433270	2	202053	7	11104	7.121	1.678	18	14.4	0.0531	0.0399	2.3	2.0
2018	29	12	645584	2	365078	7	33425	8.997	2.492	25	16.0	0.0521	0.0410	3.5	2.3
2019	30	1	705730	2	428107	7	24109	8.512	3.582	52	13.1	0.0539	0.0397	6.3	1.9
2019	30	2	849209	2	502539	7	18072	7.961	4.149	98	15.8	0.0812	0.0510	12.4	2.2
2019	30	3	1235838	2	706376	7	38791	7.131	5.016	130	17.8	0.0536	0.0283	16.7	2.5
2019	30	4	625912	2	373843	7	-22768	6.872	4.634	51	13.0	0.0473	0.0263	6.2	1.9
2019	30	5	506092	2	255402	7	-10769	7.533	3.971	35	12.0	0.0453	0.0284	4.1	1.7
2019	30	6	421193	2	225456	7	-18557	6.762	3.127	96	15.7	0.0546	0.0378	12.1	2.2
2019	30	7	363673	2	193717	7	-14942	6.979	2.476	103	16.2	0.0481	0.0302	13.1	2.3
2019	30	8	432669	2	228125	7	12222	6.679	1.921	176	20.5	0.0486	0.0326	22.8	2.8
2019	30	9	526474	2	342438	7	43672	6.065	1.779	130	17.7	0.0455	0.0388	16.6	2.5
2019	30	10	954049	2	653576	7	48926	7.868	2.798	83	15.0	0.0973	0.0358	10.5	2.1
2019	30	11	951672	2	660333	7	33648	6.904	4.067	26	11.5	0.0972	0.0478	2.9	1.7

2019	30	12	963146	2	638716	7	29661	6.941	4.611	39	12.3	0.0830	0.0495	4.7	1.8
2020	31	1	944102	2	649373	9	33648	7.025	4.814	41	12.8	0.0870	0.0488	4.7	1.8
2020	31	2	1767958	2	1192155	9	73743	4.725	4.563	76	15.8	0.0919	0.0557	9.1	2.2
2020	31	3	1367473	2	812148	9	2981	5.120	4.053	100	17.9	0.0664	0.0578	12.1	2.5
2020	31	4	701215	2	400996	9	-14905	6.477	3.687	41	12.7	0.0601	0.0222	4.7	1.8
2020	31	5	587604	2	300906	9	-20867	7.124	3.372	28	11.7	0.0611	0.0295	3.1	1.7
2020	31	6	508823	2	249716	9	-9427	6.670	3.080	74	15.7	0.0805	0.0759	8.9	2.2
2020	31	7	494290	2	246977	9	-1714	6.192	2.621	80	16.2	0.1165	0.0272	9.6	2.3
2020	31	8	463982	2	239958	9	-1751	5.887	2.400	134	20.9	0.0911	0.0280	16.5	2.9
2020	31	9	427740	2	222009	9	-8347	6.358	2.121	99	17.9	0.0511	0.0302	12.1	2.5
2020	31	10	483024	2	249480	9	27463	7.059	2.297	65	14.8	0.0467	0.0321	7.7	2.1
2020	31	11	572292	2	296205	9	17215	6.410	2.535	22	11.1	0.0656	0.0394	2.3	1.6
2020	31	12	535572	2	347927	9	31413	7.229	3.079	32	12.0	0.0661	0.0397	3.6	1.7
2021	32	1	994408	2	654066	6	27947	8.434	4.224	41	12.2	0.0705	0.0439	5.2	1.7
2021	32	2	665684	2	370317	6	6297	7.474	4.685	76	15.0	0.0638	0.0448	10.0	2.1
2021	32	3	736993	2	467631	6	13340	7.033	4.409	101	17.1	0.0593	0.0297	13.5	2.3
2021	32	4	584913	2	310770	6	-13974	7.294	4.600	41	12.1	0.0543	0.0158	5.1	1.7
2021	32	5	630061	2	382618	6	24109	5.952	4.228	28	11.1	0.0828	0.0178	3.4	1.6
2021	32	6	517628	2	271264	6	-21650	6.624	3.713	75	14.9	0.0765	0.0296	9.8	2.0
2021	32	7	484386	2	295042	6	-2236	5.688	3.008	81	15.4	0.0646	0.0456	10.6	2.1
2021	32	8	654433	2	390872	6	9092	5.439	2.198	136	19.9	0.0549	0.0295	18.3	2.7
2021	32	9	413749	2	314772	6	14011	6.225	2.170	101	17.0	0.0614	0.0273	13.4	2.3
2021	32	10	616283	2	463188	6	27127	7.115	2.709	65	14.1	0.0627	0.0384	8.5	1.9
2021	32	11	628364	2	387810	6	19041	7.515	3.359	22	10.5	0.0451	0.0432	2.4	1.5
2021	32	12	802914	2	563289	6	29400	7.903	4.069	32	11.4	0.0475	0.0414	3.9	1.6